Die Assoziation

in ihrer Anwendung auf den Unterricht.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

Universität Basel

eingereicht von

Otto Mautz

aus Basel.

Basel 1906

Friedrich Reinhardt, Universitäts-Buchdruckerei

St. Albanvorstadt 15.

Die Assoziation

in ihrer Anwendung auf den Unterricht.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

Universität Basel

eingereicht von

Otto Mautz

aus Basel.

ACAD. BIBL.

Basel 1906

Friedrich Reinhardt, Universitäts-Buchdruckerei

St. Albanvorstadt 15.

Genehmigt von der mathematisch-naturwissenschaftlichen Abteilung der philosophischen Fakultät auf Antrag der Herren Professoren Dr. Joël, Heman und Kinkelin.

Basel, den 15. März 1906.

Prof. Dr. **K. VonderMühll,** Dekan.

Meinem lieben Bruder

August Mautz

gewidmet.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546418_0120

Vorbemerkungen.

Die Stiftung weitverzweigter, wertvoller Zusammenhänge zwischen den Lehrstoffen ist eine der wichtigsten Aufgaben des Lehrers, sie ist, wie Messmer[1]) sich ausdrückt, in gewissem Sinne seine philosophische Aufgabe. Durch die einzelnen Fächer wird ein grosser Wissensstoff angesammelt, der so von einem höhern Standpunkt aus bearbeitet werden muss, dass die logischen Abhängigkeiten deutlich zu Tage treten. Durch Hervorheben der mannigfachen Wechselbeziehungen muss der Isolierung der Einzeltatsachen möglichst entgegengearbeitet werden.

Auf allen Wissensgebieten strebt man nach Einfachheit. Das vergleichende und das ökonomische Denken treten in den Vordergrund. Es ist etwas Selbstverständliches, dass diese herrschenden Ansichten die Unterrichtsmethoden der Mittelschulen stark beeinflussen. In diesen werden aber die gestellten Forderungen in zu engen Grenzen erfüllt, das vergleichende Denken, das Hervorheben der Analogien und die kombinatorische Tätigkeit finden nicht die ihnen gebührende Stellung. Im speziellen trifft das Gesagte auch zu im mathematischen Unterricht. Diese Tatsache regte mich an, der Frage näher zu treten.

Es handelt sich also, um uns anders auszudrücken, um die Assoziierung der Bewusstseinsphänomene und besonders um die der Vorstellungen im Unterrichte.

Die in Betracht kommende Assoziierung fällt nun aber in den Umfang mehrerer Wissenschaften. Die Psychologie, die Logik und die Pädagogik beschäftigen sich mit den Vorstellungsverbindungen. Es schien mir angezeigt, die Frage

[1]) Messmer: Kritik der Lehre von der Unterrichtsmethode. S. 53 (1905).

in jeder Richtung zu behandeln, um so mehr, als zwischen Psychologie und Pädagogik Widersprüche bestehen, die man ausgleichen muss. Für die Arbeit ergibt sich daher naturgemäss die Dreiteilung.

1. Lehre der Assoziationen in der Psychologie.
2. Lehre der Assoziationen in der Pädagogik.
3. Anwendung der Assoziationen im mathematischen Unterricht.

Der psychologische Teil ist grundlegend für den pädagogischen und dieser wiederum für den mathematischen.

Die Stiftung grosser Zusammenhänge in den mathematischen Disziplinen wird auch möglich sein ohne Kenntnis der psychologischen und pädagogischen Theorien. Trotzdem verzichtete ich auf eine rein mathematische Behandlung; denn es liegt mir daran, den Wert der Psychologie und Pädagogik für mathematische Unterrichtsfragen klarzulegen. Die Kenntnis der Mathematik allein genügt bekanntermassen nicht für eine gute Unterrichtsmethode.

I. Psychologischer Teil.

Man unterwirft die Seelenvorgänge psychologischen Analysen, um zu psychischen Gesetzen zu gelangen. Empirisch abgeleitete Assoziationsgesetze sollen die gegenseitigen Beeinflussungen der durch die Analysen erhaltenen abstrakten Bewusstseinselemente oder Bewusstseinsvorgänge erklären. Die drei Grundfunktionen der Seele wirken bei jedem Bewusstseinsvorgang mit. Jeder Vorstellung kommt ein grösserer oder kleinerer Gefühls- und Willenswert zu und jeder Vorstellungsverlauf wird dementsprechend durch eine gewisse Gefühls- und Willensrichtung charakterisiert sein.

Es werden nun meistens nur die assoziativen Wirkungen der Vorstellungen untersucht, so dass man gewöhnlich unter Assoziation nur Vorstellungsassoziation versteht. Diese Auffassung ist aber zu erweitern; denn gerade die Assoziabilität aller psychischen Phänomene oder wenigstens die Stellung, welche Gefühle und Wollungen dem assoziativen Vorstellungszusammenhang gegenüber einnehmen, lassen erst die berechtigte Wertschätzung der Assoziationen begründen. Die Vorstellungen nehmen bezüglich der Assoziation eine Sonderstellung ein; denn es ist schwer möglich, von assoziativen Wirkungen der Gefühle oder Wollungen unter sich allein zu sprechen. Vorstellungsassoziationen können der Untersuchung unterworfen werden ohne Rücksicht auf Gefühl und Wille, dagegen ist es unmöglich, Gefühls- oder Willensassoziationen ohne Vorstellungszusammenhang zu denken. Man ist bestrebt, die Anteile aller psychischen Funktionen immer deutlicher hervorzuheben. Die Untersuchung der Vorstellungsassoziationen wird für uns die Hauptsache sein und den Mittelpunkt bilden; doch soll die Stellung der Gefühle und Wollungen zu den Vorstellungsassoziationen die nötige Be-

achtung finden. Die Assoziationstheorie soll hier eine Bearbeitung finden, welche der Pädagogik als Grundlage dienen kann.

Der Begriff Assoziation.

Um eine allgemein befriedigende Definition des Begriffes zu erhalten, mögen zur Vergleichung die Ansichten einiger Psychologen in Kürze dargelegt werden.

Wundt[1]) versteht unter assoziativen Verbindungen ganz allgemein solche, „die vermöge irgend welcher Beziehungen der Vorstellungen zu einander ohne die unmittelbare Mitwirkung der Apperzeption hergestellt werden.“ Es fordert scharfe Trennung der assoziativen Verbindungen der Vorstellungen von den apperzeptiven. Die Trennung stösst zwar in manchen Fällen auf grosse Schwierigkeiten, da der assoziative, respektive, apperzeptive Charakter der Vorstellungsverbindungen nicht objektiv festgestellt werden kann, sondern von unserem jeweiligen subjektiven Zustand bestimmt wird.

Jodl[2]) bezeichnet die Wiederbringung des einen Bewusstseinselementes durch das andere als Assoziation. Er betont, dass der Assoziationsbegriff auf Bewusstseinsphänomene überhaupt ausgedehnt werden muss; denn „es bildet diese Assoziation von bestimmten Gefühlen und Wollungen mit bestimmten Vorstellungen eines der wichtigsten Hülfsmittel der höhern Bewusstseinsentwicklung.“[3])

Lipps[4]) nennt Dispositionen Zustände, welche auf eine Wiedererzeugung dessen, wovon sie zurückgeblieben sind, gerichtet sind. Reproduzierbare Vorstellungen setzen Dispositionen voraus, die an sich seelische Zustände von unbekannter Beschaffenheit sind. „Um Dispositionen zu erregen, müssen Vorstellungen dazu in geeigneten Verhältnissen oder Beziehungen stehen. Wir bezeichnen diese Verhältnisse oder Beziehungen als Assoziationen.“

---

[1]) Wundt: Logik. Bd. I. S. 10 (1880).
[2]) Jodl: Psychologie. Kapitel VIII. Abschnitt II (1896).
[3]) Jodl: Psychologie. S. 476.
[4]) Lipps: Grundtatsachen des Seelenlebens. S. 96 (1883).

Ebbinghaus:[1]) Die wechselseitige Reproduktion ist nur erklärlich durch eine engere Verbindung der Gebilde. Diese gedachte Verbindung heisst Assoziation.

Sobald ein Bewusstseinsvorgang einen früher gehabten reproduzieren kann, sagen wir, beide sind assoziiert. Erst die wirklich eintretenden Reproduktionen lassen uns den assoziativen Charakter deutlich erkennen, daher ergibt sich uns folgende Definition: Unter Assoziation versteht man eine unwillkürliche Vergesellschaftung von Bewusstseinsphänomenen, bei der das Bewusstwerden des einen, das Bewusstwerden des andern zur Folge hat.

Spezialfall:

Unter Vorstellungsassoziation versteht man eine unwillkürliche Vergesellschaftung von Vorstellungen mit wechselseitiger Reproduktionsfähigkeit.

Die Assoziationsformen.

Die Assoziationsgesetze geben die Bedingungen an, welche das Zustandekommen assoziativer Verbindungen ermöglichen. Man ist bestrebt, die Zahl der Assoziationsgesesetze auf eins zu reduzieren. Aristoteles nimmt vier Gesetze an (Ähnlichkeit, Konstrast, Koexistenz und Succession), Hume drei (Ähnlichkeit, Verbindung in Raum und Zeit, Ursache und Wirkung). Die heutigen Psychologen anerkennen zwei oder nur ein Gesetz. Ob mit einem einzigen Gesetze die Tatsachen klar dargestellt werden können, ist sehr fraglich. Es scheint mir, dass durch Annahme von zwei Gesetzen dem wirklichen Verlauf der psychischen Bewegungen am wenigsten Zwang angetan wird; denn unschwer ist nachzuweisen, dass erstens Bewusstseinstatsachen, die oft zusammenerlebt und zweitens solche, die ähnlich sind, leicht assoziativen Charakter annehmen. Bei den erstern ist die Beziehung, in welcher sie stehen, eine gewordene äussere, bei den letztern aber eine von Haus aus

[1]) Ebbinghaus: Psychologie. S. 606. Bd. I.

bestehende innere. „Jeder Bewusstseinsvorgang vermag, allgemein gesprochen, diejenigen Bewusstseinserscheinungen zu wecken, mit welchen er sich im Bewusstsein berührt oder mit welchen er gewisse Elemente gemein hat.“ [1])

Die Zweizahl der Gesetze nehmen an:

Wundt:	Gesetz der Ähnlichkeit und des Kontrastes.
	Gesetz der Zeitfolge und der räumlichen Koexistenz.
Jodl:	Gesetz der Ähnlichkeit.
	Gesetz der Berührung.
Lipps:	Gesetz der Ähnlichkeit.
	Gesetz der Gleichzeitigkeit.
Höffding:	Gesetz der Ähnlichkeit.
	Gesetz des äussern Zusammenhangs.

Lipps[2]) bezeichnet beide Gesetze als solche der Vervollständigung oder der Totalität und Höffding[3]) sucht beide Gesetze zu vereinigen im Gesetz der Totalität.

Die Bestrebungen, nur ein Gesetz anzuerkennen, führen zur Aufgabe, entweder die Ähnlichkeitsassoziationen auf Berührungsassoziationen zurückzuführen, oder umgekehrt die letzteren auf die erstern. Ebbinghaus sucht alles auf Erfahrungsassoziationen und Münsterberg auf Gleichzeitigkeitsassoziationen zu gründen.

Wir halten für unsere praktischen Zwecke an der Zweizahl fest und wollen nun eingehender die Theorien beleuchten.

Wundt's Stellung zur Theorie der Assoziationen.

Die assoziativen Verbindungen sind zu trennen von den apperzeptiven. Bei den ersten ist keine Willenstätigkeit oder nur eine höchst primitive in Wirkung, bei den letztern ist die Willenshandlung eine deutlich bewusste (aktive Apperzeption) oder eine schwächere (passive Apperzeption). „Die

[1]) Jodl: a. a. O. S. 477.
[2]) Lipps: Leitfaden der Psychologie. S. 46 (1903).
[3]) Höffding: Psychologie. S. 198 (1887).

Assoziationen bezeichnen immer nur die möglichen Verbindungen, die dem Bewusstsein zu Gebote stehen; welche Verbindung aber wirklich ausgeführt wird, dies entscheidet überall erst der Akt der Apperzeption.“ [1]) Sowohl die assoziativen wie auch die apperzeptiven Verbindungen zerfallen in simultane und succesive. Die simultanen Assoziationen sind schon bei der Bildung der Einzelvorstellungen beteiligt, während die succesiven Assoziationen fertig gebildete Einzelvorstellungen voraussetzen. „Da hauptsächlich die apperzeptiven Verbindungen jenen Verlauf unserer Vorstellungen beherrschen, den wir mit den Namen des Denkens belegen, so werden wir sie auch zur Unterscheidung von den Assoziationen und der zufälligen Verknüpfung der Sinneseindrücke als Denkverbindungen bezeichnen dürfen.“ [2]) Zwischen den Assoziationen und den Apperzeptionen bestehen folgende Beziehungen:

Alle succesiven Apperzeptionsverbindungen werden, nachdem sie einmal vollzogen sind, zu Objekten zeitlicher Association. Ein charakteristisches Merkmal, das die zwei Arten von Verbindungen unterscheidet, ist das Unbestimmtsein der Anzahl der Glieder einer Assoziationsreihe. „Die succesive Assoziation verläuft ohne bestimmte Begrenzung, kein festes Gesetz regelt die Zahl der Glieder einer Assoziationsreihe. Die succesive Apperzeption geschieht stets in der Form einer Zweiteilung.“ [3])

Jeder Gedankenverlauf ist ein in sich geschlossenes Ganzes, insofern alle Teile desselben in einem wechselseitigen Zusammenhange stehen; er ist entstanden aus einer Gesamtvorstellung durch Teilung nach dem Gesetze der Dualität. Die Gedankenverkettung kann durch Assoziation und Apperzeption entstehen. Zur Entscheidung der Entstehungsart gibt es keine objektiven Merkmale. Eine ursprünglich durch Assoziation entstandene Verbindung kann nachher apperzeptive Bedeutung gewinnen. Assoziative Verbindungen entstehen, wenn wir uns möglichst passiv dem Spiele der

[1]) Wundt: Logik. Bd. I. S. 25.
[2]) Wundt: a. a. O. Bd. I. S. 29. [3]) S. 28.

Vorstellungen hingeben, apperzeptive Verbindungen oder „logische Assoziationen“, wenn durch den Akt der Apperzeption die durch ihre logischen Beziehungen hervortretenden Vorstellungen aneinander gekettet werden.

Wundt wendet sich gegen die Bezeichnung „logische Assoziationen“, denn es komme nicht zur Geltung, „dass solche von logischen Rücksichten bestimmte Verbindungen stets von dem unmittelbaren Bewusstsein einer spontanen Denkhandlung begleitet werden.“ [1])

Die assoziativen Verbindungen der Vorstellungen.

1. Die simultane Assoziation.
   a) Assoziative Synthese.
   b) Assimilation.
   c) Komplikation.
2. Die succesive Assoziation.
   α) Gesetz der Ähnlichkeit und des Kontrastes.
   β) Gesetz der Zeitfolge und räumlichen Koexistenz.

Die apperzeptiven Verbindungen der Vorstellungen.

1. Die simultanen Denkverbindungen. (Entwicklung der Gesamtvorstellungen).
   a) Agglutination der Vorstellungen.
   b) Verschmelzung oder apperzeptive Synthese.
   c) Begriffsbildung.
2. Die successiven Denkverbindungen. Entwicklung des Gedankenverlaufs.)
   α) Der einfache Gedankenverlauf.
   β) Der zusammengesetzte Gedankenverlauf.

Die assoziative Synthese ist die Verschmelzung elementarer Empfindungen zu zusammengesetzten Vorstellungen. In der resultierenden Vorstellung treten gewisse Teilempfindungen als Träger derselben auf.

Die Assimilation ist die Verschmelzung einer neu eintretenden mit einer schon vorhandenen Vorstellung. Sowohl

[1]) Wundt: a. a. O. Bd. I. S. 11.

die assimilierende als die assimilierte Vorstellung geben Elemente ab als Komponenten für die resultierende Vorstellung. Die Assimilation ergänzt neue Eindrücke durch alte, vervollständigt mangelhafte Vorstellungen und beseitigt störende Elemente derselben, indem sie aus frühern Vorstellungen die richtigen an ihre Stelle setzt. (Das Lesen über Druckfehler hinweg).

Die Komplikation ist die simultane Verbindung zusammengehöriger Vorstellungen verschiedener Sinne. Häufigste Ursache der Komplikation ist die Verbindung der Sinneseindrücke, welche auf dasselbe Objekt gerichtet sind.

Während assoziative Synthese und Assimilation mit chemischen Verbindungen vergleichbar sind, ist es die Komplikation mit einem mechanischen Gemenge.

Bei den successiven Assoziationen findet keine verändernde Wirkung der Vorstellungen statt. Sie verlaufen um so besser, wenn die Reproduktion der Vorstellungen nicht durch äussere Eindrücke unterbrochen wird und wenn die aktive Aufmerksamkeit und das logische Denken nicht mitwirken. Die beiden angeführten Gesetze, welche die successive Assoziation beherrschen, führen zur Unterscheidung von innern und äussern Assoziationen. Bei den erstern bewirkt eine innere Beziehung die Assoziation, bei den letztern nur das äussere Zusammensein in Zeit und Raum. Über die apperzeptiven Verbindungen sei noch folgendes erwähnt.

Die Agglutination ist eine Verbindung aufeinanderfolgender Vorstellungen, bei der eine neue Vorstellung entsteht, welche die erstern als ihre Elemente enthält.[1])

Die apperzeptive Synthese ist eine Verbindung aufeinanderfolgender Vorstellungen, bei welcher die letztern in der neuen Vorstellung, die sie hervorgebracht haben, nicht mehr fortbestehen.[2])

Die Begriffe sind „die durch aktive Apperzeption vollzogene Verschmelzung einer herrschenden Einzelvorstellung mit einer Reihe zusammengehöriger Vorstellungen“.[3])

---

[1]) Wundts Logik. Bd I. S. 30. [2]) S. 31. [3]) S. 46.

Wundt betont gegenüber andern Psychologen besonders stark den Unterschied zwischen assoziativen und apperzeptiven Verbindungen und zwar ist der subjektive Zustand bei der Bildung der Verbindungen massgebend. Ob man willkürlich oder unwillkürlich die Verbindungen stiftet, entscheidet über den apperzeptiven oder assoziativen Charakter. Bei den Assoziationen ist man passiv, nicht aber bei Apperzeptionen. Apperzeptive Verbindungen nehmen nachträglich assoziativen Charakter an. In jedem Falle wird es aber möglich sein, die Vorstellungsverbindungen als logische oder unlogische zu erkennen. Wenn daher eine durch Assoziation bedingte Vorstellungsbewegung zugleich den logischen Normen genügt, so darf sie auch als „logische Assoziation" bezeichnet werden. Der assoziative Vorstellungsverlauf muss nicht logisch sein, aber er kann und ist es in vielen Fällen. Die Bezeichnung „logische Assoziationen" kann angewendet werden, sobald es sich um ein Werturteil handelt, sie ist dagegen unpassend, wenn man sich auf den Standpunkt Wundts stellt, der hinsichtlich der Entstehungsart der assoziativen Verbindungen ihre Bezeichnungen wählt.

Jodl nimmt, wie schon bemerkt, 2 Assoziationsgesetze an. Ähnlichkeit und Berührung stellen den assoziativen Zusammenhang her. Die Berührung (Zusammenvorkommen im Bewusstsein) kann Kœxistenz oder Sukzession oder beides sein. Die Ähnlichkeit zeigt 1. den Fall der Identität, 2 den Fall der Gleichheit bei teilweisem Kontrast. (Ähnlichkeit im engern Sinne.) Die Assoziation durch Kontrast fasst er auf als Spezialfall der Ähnlichkeitsassoziation. „Sie tritt ein, wo der Kontrast im Inhalt der Vorstellungen überwiegend wird, ohne doch die Ähnlichkeit ganz zu beseitigen, ja diese vielmehr gerade dadurch stark hervorhebend".[1]) Er stellt ein allgemeinstes Assoziationsgesetz auf.

„Von jedem erregten Teile des Bewusstseins pflanzt sich die Erregung stets auf diejenigen unbewussten Elemente fort, welche am stärksten mit demselben verbunden oder Eins sind."[2])

---

[1]) Jodl: Psychologie. S. 486. [2]) S. 476

Nach **Höffding** kann jede Vorstellung in 2 Richtungen andere erzeugen. Sie sind entweder Vorstellungen ähnlicher Art und ähnlichen Inhalts oder Vorstellungen, deren Objekte in Zusammenhang mit ihrem eigenen Objekte vorzukommen pflegen.[1]) Die Vorstellungsverbindung durch das Verhältnis zwischen dem Ganzen und den Teilen ist eine Übergangsform zwischen den vorigen. Die Ähnlichkeitsassoziation zeigt als erstes Verhältnis das der Gleichheit, welches sich bei sinnlicher Wahrnehmung geltend macht, wenn die Empfindung eine Vorstellung erweckt und mit dieser verschmilzt. Die nächst einfachste Ähnlichkeitsverbindung besteht darin, dass das Wiedererkennen zur Vorstellung von einer frühern Erfahrung derselben Gattung führt. Ferner liegende Ähnlichkeitsverhältnisse sind Analogien, Parallelen, Metaphern und Allegorien. „Der Übergang zwischen Ähnlichkeits- und Berührungsassoziation wird durch solche Fälle gebildet, in welchen eine Vorstellung, die vermittelst Ähnlichkeit von einer andern Vorstellung oder Empfindung hervorgerufen ist, selbst eine Gruppe andrer Vorstellungen herbeiführt, mit welcher sie zusammengehört.“[2]) Z. B. Vorstellungen von Eigenschaften oder Handlungen erzeugen Vorstellungen von Dingen oder Personen; Vorstellungen der Ursache erwecken die Vorstellungen der Wirkung. Die Assoziation zwischen den Teilen und dem Ganzen bildet die typische Form und das Grundgesetz ist demnach das der Totalität; denn „in der Erfahrung lässt sich schwerlich irgend ein Fall nachweisen, wo nicht Ähnlichkeit und Berührung zusammenwirken.“[3]) Die Assoziation durch Kontrast erklärt sich Höffding durch das Gefühl, das Hang zu kontrastierenden Zuständen hat.

Ebbinghaus[4]) nimmt nur Erfahrungsassoziationen an und formuliert ein allgemeines Gesetz: „wenn beliebige seelische Gebilde einmal gleichzeitig oder in naher Aufeinanderfolge das Bewusstsein erfüllt haben, so ruft hinterher die Wiederkehr einiger Glieder des frühern Erlebnisses Vorstellungen auch der übrigen Glieder hervor, ohne dass für sie die ursprüng-

[1]) Höffding: Psychologie. S. 189. [2]) S. 192. [3]) S. 199.
[4]) Ebbinghaus: Psychologie. S. 607.

lichen Ursachen gegeben zu sein brauchen.“ Eine Erweiterung des Gesetzes ergibt sich aus der Tatsache, dass gegenwärtige Empfindungen oder Vorstellungen mit den früher dagewesenen nicht identisch sind, sondern nur ähnlich. „Die Auslösung reproduzierter Vorstellungen bei blosser Ähnlichkeit der Ausgangsglieder, muss also als eine ursprüngliche und nicht weiter ableitbare Tatsache anerkannt werden.“[1]) Kontrastassoziationen kommen nur da vor, wo Entgegengesetztes häufig zusammen erlebt wird, sie beruhen auf der Kraft des zeitlichen Zusammenhangs. Die Natur selbst arbeitet in Kontrasten. Die Ähnlichkeitsassoziationen „entspringen nicht einer besondern, direkt auf ihre Verwirklichung gerichteten Fundamentalgesetzmässigkeit des Seelenlebens, sondern sind unter besondern Umständen zustande kommende und dadurch praktisch immerhin interessante Sonderfälle von Erfahrungsassoziationen“[2]).

Die hauptsächlichsten Ansichten bezüglich der Assoziationsgesetze sind durch die genannten Psychologen vertreten.

Von ungleich grösserer Bedeutung als die simultanen Assoziationen sind für die Pädagogik die sukzessiven Assoziationen. Die Zweizahl der Assoziationsgesetze ist für die praktischen Zwecke der Pädagogik die geeignetste. Ähnlichkeitsassoziationen (nach Wundt innere Assoziationen) und Berührungsassoziationen (äussere) sind die möglichen Arten. An der Bezeichnung logische Assoziationen halten wir fest, diese bedeuten uns so viel als wertvolle Assoziationen, besonders dann, wenn die praktische Verwertbarkeit der Assoziationen für die mathematischen Disziplinen zur Sprache kommen wird.

Die Assoziation in Logik und Psychologie.

Sehen wir hier ab von der Assoziation beliebiger Bewusstseinsphänomene und ziehen nur die Vorstellungsassoziationen in den Bereich unserer Betrachtung.

[1]) Ebbinghaus: Psychologie. S. 609. [2]) a. a. O. S. 617 (1897).

Jede Vorstellungsbewegung kann hinsichtlich ihrer psychologischen oder logischen Bedeutung untersucht werden. Für den Psychologen ist jeder Vorstellungsverlauf gleich wichtig, denn als tatsächlich psychisches Geschehen ist es Objekt der Untersuchung. Für ihn gibt es keine falschen assoziativen Bewegungen. Einen andern Standpunkt nimmt die Logik ein, sie untersucht das „richtig“ oder „falsch“ des Vorstellungszusammenhangs, d. h. sie untersucht, ob den logischen Denkgesetzen Genüge geleistet wird oder nicht. Assoziative Verbindungen deuten oft schon auf eine logische Ordnung hin und sind oft logisch. In unserm Bewusstsein bilden sich sowohl willkürlich als unwillkürlich eine grosse Anzahl assoziativer Zusammenhänge, die man als logische Assoziationen bezeichnen darf, sobald man sich ausserhalb der Psychologie stellt. Von Assoziationen darf doch gesprochen werden, sobald das Gewecktwerden von Vorstellungen durch andere Vorstellungen konstatiert ist, von logischen Assoziationen wird daher gesprochen werden dürfen, sobald als zweite Eigenschaft das logische Moment hervortritt. Für die klassifikatorische Einteilung der Assoziationen ist für den Psychologen die Art der Entstehung massgebend, nicht aber für den Logiker. Die psychologischen Vorstellungsassoziationen sind weder richtig noch falsch, alle sind gleichbedeutend; sie müssen nicht, aber sie können logisch sein.

Beeinflussung der Assoziationen durch Gefühl und Wille.

Von einer reinen Vorstellungsassoziation kann kaum die Rede sein, da Gefühl und Wille immer, sei es auch in sehr geringem Grade, bewusst oder unbewusst mitwirken. Die Assoziationen der Gefühle und Begehrungen mit Vorstellungen wirken auf den assoziativen Verlauf. Die Aufmerksamkeit befördert das Zustandekommen assoziativer Verbindungen, ist aber kein unerlässlicher Faktor; solche welche ohne sie zustande kommen, sind zwar meist von geringerer Bedeutung.

„Nicht der Wille bestimmt, welche Vorstellungen in den Fokus des Bewusstseins treten, und welchen Klarheits-

grad sie bekommen sollen, sondern eine vorhandene Erregung hebt unwillkürlich dasjenige ins Bewusstsein, was seiner Assoziabilität nach dazu geeignet ist.“[1]) Der Wille kann nur das durch Assoziation Gegebene formen und abändern.

Lipps[2]) charakterisiert die Stellung des Willens folgendermassen: Die Willensakte sind jedenfalls unfähig unbewusste Vorstellungen bewusst zu machen; sie können höchstens Vorstellungsinhalte rufen oder verdrängen, festhalten oder verändern. Der Wille leitet den Vorgang einer Reproduktion ein und ist nicht Ursache, dass der Reproduktionsvorgang einen gewissen Weg einschlägt. Sucht man nach einem gewissen Namen, so richtet man die Aufmerksamkeit nicht auf diesen, sondern man überlässt es der eigenen Kraft des psychischen Geschehens, das x nach psychologischen Gesetzen ins Dasein zu rufen. Der Wille leitet den Prozess ein und hält ihn in gewissen Grenzen, aber er bestimmt nicht eindeutig die Richtung des Vorstellungsverlaufs. Vorstellungen bewegen sich nach psychologischen Gesetzen, die kein Wille durchbricht. Willen und Lust kennt man nur als Vorstellungsinhalte und darum scheinen sie wenigstens so wie andere Vorstellungsinhalte reproduktiv wirksam zu sein. Ebbinghaus schreibt einer lustvollen Gefühlsbetonung eine grössere assoziierende Kraft zu als einer unlustvollen. Im freien Gedankenverlauf tritt das Willensmoment nur ins Verborgene, indem dessen Energie mit der Energie des eingeübten Vorstellungsverlaufs vereint ist. In Fällen, wo wir den Einfluss des Willens nicht konstatieren können, „ist es offenbar entweder die grössere Geläufigkeit einer bestimmten Vorstellung oder eine augenblickliche Begünstigung derselben, welche unter den verschiedenen Assoziationen, die überhaupt möglich sind, einer bestimmten den Vorzug verleiht. Bei der augenblicklichen Begünstigung aber, welche bestimmten Reproduktionen zu teil wird, wirkt die wechselnde Gefühlsrichtung unseres Bewusstseins wesentlich mit.“[3])

---

[1]) Jodl: Psychologie. S. 497.
[2]) Lipps: Grundtatsachen des Seelenlebens. Kap. IV, S. 45 ff. (1883).
[3]) Wundt: Logik. Bd. I. S. 24.

Auch nach Jodl ist der Wille an die psychische Gesetzmässigkeit gebunden; d. h. er kann nur diejenigen Bewegungen und Verknüpfungen von psychischen Elementen einleiten, welche schon in frühern Bewusstseinszuständen vorgebildet waren. Jede Vorstellungsverknüpfung ist von den Assoziationsgesetzen abhängig. „Weder der Verstand des Denkers, noch die Phantasie des Künstlers vermag etwas zu schaffen, beide setzen ein psychisches Material voraus, welches sie bearbeiten, aber dieses Material müssen sie empfangen und sie empfangen es nur durch die Wirksamkeit der Assoziation."

Schon früher wurde erwähnt, dass Höffding Kontrastassoziation auf Gefühlswirkungen zurückführt.

Wir können somit die Stellung des Willens folgendermassen präzisieren:

Die Macht des Willens über den Vorstellungsverlauf ist beschränkt. Die Willensakte sind an das durch Assoziation bewusst gewordene gebunden und können nur durch den Prozess der Auswahl die Richtung der weitergehenden psychischen Bewegung beeinflussen, aber doch inhaltlich nicht bestimmen.

Die Instabilität des Vorstellungsverlaufs.

Welche von allen mit einer Vorstellung assoziativ verknüpften Vorstellungen in einem gegebenen Falle wirklich in den Blickpunkt des Bewusstseins gehoben wird, richtet sich nach der momentanen psychischen Disposition. Die vielen Assoziationsmöglichkeiten ergeben sich wegen der vielen Ähnlichkeiten im Bereich der Vorstellungen und aus der Tatsache, dass eine Vorstellung mit vielen andern Vorstellungen zu gleicher Zeit im Bewusstsein vorkommt. Von den möglichen Kombinationen ist aber nur ein Teil psychologisch möglich „weil eben der Gang des Lebens und die von ihm unzertrennliche Ausbildung einzelner, herrschender Bewusstseinsinhalte die Assoziationen in einzelnen Richtungen wirksam werden lässt, in andern dagegen hemmt."[1])

[1]) Jodl: Psychologie. S. 500.

Dadurch wird wohl die Stabilität der eintretenden Bewegungen etwas vermehrt. Die Instabilität wird dagegen vergrössert durch viele unbestimmbare Faktoren, wie Triebe, Temparamente etc. Das zu erstrebende ideale Ziel wäre die Aufstellung eines Reproduktionsgesetzes, welches in den einzelnen Fällen die wirklich eintretende Reproduktion vorausbestimmen liesse. Erreichen werden wir dieses Ziel nie, wohl aber werden wir ihm etwas näher geführt, wenn wir den Boden der allgemeinen Psychologie verlassen und dem Studium der einzelnen Individuen erhöhte Aufmerksamkeit zuwenden.

Die Reproduktion hängt ab von der momentanen psychischen Konstellation oder „von der augenblicklichen Disposition des Bewusstseins, wie sie in der Gefühlsrichtung, dem vorwaltenden Interesse und schliesslich in der Beschaffenheit des Willens ihren Ausdruck findet.“[1]) Da man nun aber nie alle Faktoren bestimmen kann, so wird es auch nie möglich sein die eintretenden Reproduktionen mit Sicherheit immer vorauszusagen.

Ich erwähne an dieser Stelle das allgemeine Reproduktionsgesetz von Jodl und die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen Ebbinghaus.

„Von den innerhalb eines Bewusstseins vorhandenen Elementen oder Spuren werden von einer gegebenen Erregung aus immer diejenigen reproduziert, welche die relativ grösste Assoziabilität haben. Die Grösse der Assoziabilität eines psychischen Elementes oder aber einer Gruppe kann bestehen entweder in ihrem Inhalt und ihrer vielseitigen Verknüpfung mit andern, sei es durch Ähnlichkeit oder Kœzistenz oder Sukzession: extensive Grösse; oder in der Summe der Zeitmomente, während welcher sie in der Seele bestand: protensive Grösse; oder in dem Grade der Klarheit, Bestimmtheit und Helligkeit, welchen sie im Bewusstsein hat: intensive Grösse.“[2])

Nach Ebbinghaus beeinflussen folgende Faktoren die Assoziation: Häufigkeit und zweckmässige Verteilungen der

[1]) Wundt: Logik. Bd. I. S. 34.
[2]) Jodl: Psychologie. S. 493.

Wiederholungen, Gefühlswert, Interesse, Alter der Assoziation, das Vorhandensein gleichlaufender Assoziationsbahnen, Hemmungen und Förderungen durch andere Assoziationen. Diese Faktoren „ergeben eine vollkommen zureichende und eindeutige Determination der in jedem Falle tatsächlich eintretenden Reproduktionen. Diejenige Vorstellung wird sich jedesmal vor den übrigen durchsetzen, die sozusagen in der Resultante aller jener ihr Hervortreten bedingenden Einflüsse den andern überlegen ist.“[1])

Was besonders die Reproduktion durch Ähnlichkeit anbelangt, so wird diese um so bestimmter sein, je charakteristischer die Eigentümlichkeiten sind, welche irgend zwei Vorstellungen miteinander gemein haben und je grösser die Anzahl solcher Elemente ist.

Die Bedeutung der Assoziationen für die Entwicklung unseres geistigen Lebens.

Von besonderer Wichtigkeit ist für uns die Bedeutung der Assoziation für das Gedächtnis und die Denkprozesse. Voran stellen wir in Kürze die andern Wirkungen der Assoziationen und kommen des aktuellen Interesses wegen auch auf die freisteigenden Vorstellungen zu sprechen, durch welche die Assoziationsgesetze scheinbar durchbrochen werden.

Die Ähnlichkeitsassoziation.

Eine durch Ähnlichkeit reproduzierte Wahrnehmung erleichtert die Auffassung der unmittelbar gegebenen. Es findet wechselseitige Verdeutlichung statt. Wenn eine Wahrnehmung mit einer durch sie reproduzierten Wahrnehmung von ähnlichem Inhalt zusammenschmelzt, so spricht man von Wiedererkennen. Alle Reproduktion nach Ähnlichkeit ist anfangs einfaches Wiedererkennen. Je bestimmter unser Bewusstsein gegliedert ist, um so mehr tritt bei partieller Gleichheit an Stelle des Wiedererkennens das Erkennen. Nach Höffding

[1]) Ebbinghaus: Psychologie. S. 671.

ist Wiedererkennen der höchste Grad der Ähnlichkeitsassoziation. Was keine Ähnlichkeitsassoziation zulässt, erscheint uns als etwas Neues. Alle unsere Bewusstseinsvorgänge werden anfänglich unwillkürlich, später aber willkürlich dem Ähnlichkeitsprinzip gemäss geordnet. Mangel an Ähnlichkeitsassoziationen ist das Charakteristikum für Gedankenarmut.

Die Berührungsassoziation.

Ihre Wirkungen zeigen sich darin, dass uns der Teil aufs Ganze führt; ein Ding auf seine Eigenschaften und seine Verwendung, die Wirkung auf die Ursache und umgekehrt. Gewohnheitsmässige Erwartungen wurzeln ebenfalls in der Berührungsassoziation. Diese ist die psychische Vorstufe zur Auffindung von Gesetzen. Durch Berührungsassoziation gebildete Complexe bilden das Material, „aus welchem das naive Bewusstsein nicht nur ganz allgemein die Umwandlung seiner unbestimmten Triebe und Strebungen in Begehrungen und Wollungen bewerkstelligt, sondern mittelst deren es auch eine Reihe der grundlegenden Begriffe für seine Konstruktion der Erfahrung, die Begriffe des Dinges, der Substanz und ihrer Eigenschaften, des Ichs und der Aussenwelt, der Kausalität u. s. w. aufbaut.“ [1])

Die freisteigenden Vorstellungen.

Wie verhalten sich die Einfälle zur Gesetzmässigkeit der assoziativen Verursachung? Manches tritt in den Blickpunkt unseres Bewusstseins, das unerklärlich ist, da es mit dem Vorhergehenden in gar keinem Zusammenhange zu stehen scheint. „Eine geschulte Beobachtung wird viele von diesen angeblichen Capricen des Gedankenverlaufs in das Assoziationsgesetz aufzulösen imstande sein, dass aber auch für die strengste Selbstbeobachtung gewisse Rätsel übrig bleiben, sollte man ehrlicher Weise zugestehen.“ [2]) Auf drei verschiedenen Wegen suchte man diese Rätsel zu lösen.

[1]) Jodl: Psychologie. S. 488. [2]) S. 498.

Herbart nimmt das freie Steigen der Vorstellungen als Grundvoraussetzung seiner Psychologie. Andere erklären die Erscheinung als assoziative Wirkung durch unbewusst bleibende Mittelglieder. Diese Ansicht scheint gerechtfertigt, da unser Seelenleben nur verständlich ist, wenn wir eine Wechselwirkung zwischen bewusster und unbewusster Tätigkeit annehmen. Der dritte Lösungsversuch ergibt sich durch die Periodenlehre.[1]) Zahlreiche Beobachtungen führten Swoboda zum Ergebnis: „Jeder (menschliche) Organismus ist in seiner Gesamtheit Schwankungen. die sich sowohl objektiv und subjektiv kundgeben, die eine physische und eine psychische Seite haben. Diese Schwankungen kehren in regelmässigem Rhythmus wieder.“ [2]) Swobada anerkennt also die unmittelbare Reproduktion Die Vorstellungen kommen wieder, ganz von selbst, ohne jede assoziative Hilfe. Das unmotivierte Auftreten von Vorstellungen wäre also der Periodizität des Seelenlebens zuzuschreiben. Assoziation und Periodizität können auch zusammenwirken.

Das Denken.

Die assoziativen Verbindungen sind in doppelter Weise für das Denken von Bedeutung, denn sie gehen dem Denken voraus und folgen ihm wieder nach. Das Denken verfügt über keine Mittel und keine Formen, die nicht schon im unwillkürlichen Vorstellungsverlauf anwesend wären, also durch Assoziation in den Blickpunkt des Bewusstseins kommen. Ebenso wenig als man durch eine Maschine die Naturgesetze aufheben kann, kann das eigentliche Denken sich von den Assoziationen emanzipieren Aus den Assoziationen allein lassen sich zwar die Denkprozesse nicht ableiten. Die Assoziation ist für diese eine unentbehrliche Hilfe und darin liegt ihre grosse Bedeutung. Beim Denken prüft man die gegebenen Vorstellungsassoziationen und sucht auch neue zu

---

[1]) Swoboda: „Die Perioden des menschlichen Organismus“ und „Studien zur Grundlegung der Psychologie“.

[2]) Swobada: Die Perioden des menschlichen Organismus. S. 43.

bilden. Verschiedene Denkakte können wieder assoziativen Charakter annehmen.

Irgend ein Gedanke tritt beim Denken als Assoziationszentrum auf und bringt den assoziativen Verlauf in bestimmte Richtungen. Es hängt nun sehr wesentlich von diesen unwillkürlichen psychischen Bewegungen ab, ob wir richtig denken können oder nicht. Es ist eine Hauptaufgabe des Unterrichts, durch zweckmässiges Vorgehen solche Assoziationsreihen zu bilden, dass der Denkprozess leicht von statten geht, d. h. dass durch den assoziativen Verlauf unseres psychischen Geschehens in jedem Falle das Passende reproduziert wird.

Das Gedächtnis.

Dieses ist nach Eisler [1]) der begriffliche Ausdruck für die Tatsache, dass frühere psychische Erlebnisse unter bestimmten Bedingungen wieder ins Bewusstsein treten und als solche erkannt werden. Je grösser die Assoziabilität einer Tatsache, um so besser wird dieselbe in unserm Gedächtnis haften. Es fragt sich demnach nur, wie man die Assoziabilität steigern kann, um die Reproduktion sicher in möglichst ferner Zukunft noch zu ermöglichen. Die erneute Einprägung der assoziativen Verbände und zahlreiche Verwebungen der einzelnen Assoziationssysteme unter sich befördern wesentlich ihr Behalten. Eine Tatsache, die durch Assoziationen mit mehreren andern verbunden ist, wird nicht so leicht vergessen. Hierauf beruht die Mnemotechnik, welche Erfahrungsweisen zur Erleichterung der Einprägung durch mehrfache Assoziationen sucht.

Solche durch Wiederholungen gebildete starke assoziative Reihen können nun aber auch in negativem Sinne zur Wirkung kommen, wie man aus den Erscheinungen der assoziativen und reproduktiven Hemmung ersehen kann. Eine starke Assoziation a b erschwert die Bildung einer neuen a c. Bestehen beide, a b und a c, so kann, wenn a ins Bewusstsein tritt, sowohl b als c reproduziert werden. Wenn die beiden

[1]) Eisler: Philosophische Begriffe. S. 268.

Reproduktionstendenzen sich aufheben sollten, so würde gar keine Reproduktion eintreten.

Eine Folge der assoziativen Hemmung, welche von grosser pädagogischer Wichtigkeit ist, ist die grosse Schwierigkeit der Beseitigung angelernter Fehler. Dem Anfangsunterricht in irgend einer Disziplin muss daher die grösste Sorgfalt zugewendet werden, denn hier begangene Fehler gehören zu den schlimmsten.

Wiederholungen allein genügen noch nicht für das dauernde Einprägen eines Stoffes. Es ist ja bekannt, wie die durch sogenanntes „Einpauken" gesammelten Gedächtnisstoffe leicht vergessen werden, weil keine gehörigen Verknüpfungen vorhanden sind, welche dem Stoffe den Charakter von zusammenhangslosen Tatsachen nehmen.

Die Assoziabilität wird ferners begünstigt durch die Aufmerksamkeit, welche man bei der Bildung der Assoziationen den Vorstellungen zuwendet und durch starke Gefühle und Begehrungen, welche mit den Vorstellungen verknüpft sind. Wie diese einzelnen Faktoren auf die Assoziationen einwirken, untersucht Ebbinghaus genauer. Er behandelt:

1. Das Entstehen der Assoziationen (Erfahren und Lernen).

2. Das Schicksal der Assoziationen nach ihrer Herstellung (Behalten und Vergessen).

3. Der Vorgang der Reproduktion.

Die Wiederkehr neuer Wiederholungen nach eingeschobenen Pausen, verlangsamt wesentlich das allmählige Schwinden der Assoziationen, entweder weil die späteren Wiederholungen ihre einprägende Wirkung sozusagen auf einem immer höhern Niveau geltend machen, oder aber die neuen Wiederholungen haben für ältere Assoziationen höhern Einprägungswert als für junge.

Das Sinnvolle hat grössere Assoziabilität als das Sinnlose. Mit der Zeit bilden sich Haupt- und Nebenassoziationen.

Bleiben assoziierte seelische Gebilde sich selbst überlassen und werden dann ins Bewusstsein zurückgerufen, so zeigt sich folgendes:

1. Die einzelnen Glieder der eingeprägten Verbände haben sich verändert.

2. Die reproduzierten Vorstellungen entsprechen nicht mehr dem früher Erlebten, deren Stelle sie doch einnehmen.

3. Die Assoziationen zwischen den einzelnen Gliedern sind gelockert, die wechselseitigen Reproduktionen geschehen nicht mehr so leicht und so sicher.

„Offenbar schwinden Assoziationen von gleicher Reproduktionsfähigkeit um so langsamer, je älter sie sind und je häufiger sie durch erneute Einprägung gestärkt wurden.[1]) Wenn die Seele häufig dieselbe Tätigkeit wiederholt, so werden die Assoziationen immer fester und bilden Gewohnheiten.

Häufige Wiederholungen können auch leichteres Unbewusstbleiben zur Folge haben. Überlegungen, welche oft angestellt werden, treten nach und nach mehr zurück, man erfasst intuitiv das Ergebnis.

Ferner hat Ebbinghaus durch Experimente festgestellt, dass jede stärkere Inanspruchnahme der Aufmerksamkeit unmittelbar nach der Einprägung den Fortbestand des Eingeprägten schädigt. Es muss demnach den Assoziationen immer eine gewisse Zeit zur Konsolidation gelassen werden.

Im folgenden wird es sich darum handeln die Verwertbarkeit der Assoziationen auf pädagogischem Gebiete darzutun.

Zusammenfassung.

Das wechselseitige Verhältnis von Psychologie und Pädagogik fordert eine in beiden Wissenschaften übereinstimmende Terminologie, und zwar hat die letztere sich der Begriffsbestimmungen der ersteren zu bedienen.

Alle Bewusstseinsvorgänge unterliegen assoziativen Wirkungen und nicht nur die Vorstellungen allein. Unter Assoziation versteht man eine Vergesellschaftung von Bewusstseins-

[1]) Ebbinghaus: Psychologie. S. 650.

phänomenen, bei der das Bewusstwerden des einen das Bewusstsein des andern zur Folge hat. Die Vorstellungsassoziation ist eine unwillkürliche Vergesellschaftung von Vorstellungen mit wechselseitiger Reproduktionsmöglichkeit. Diese ist als Spezialfall der Assoziationen zwischen beliebigen Bewusstseinstatsachen aufzufassen. Vorstellungen sind Produkte der simultanen Assoziationen. Successive Assoziationen setzen fertig gebildete Einzelvorstellungen schon voraus.

Die successiven Assoziationen werden von zwei Gesetzen beherrscht. Nur durch die Annahme von zwei Gesetzen lassen sich die psychischen Bewegungen zwanglos und einfach erklären.

Die Assoziationsgesetze sind:

a) Gesetz der Ähnlichkeit.

b) Gesetz der Zeitfolge und der räumlichen Koexistenz (Gesetz der Berührung).

Jeder Bewusstseinsvorgang kann Bewusstseinserscheinungen wecken, mit welchen er gewisse Elemente gemeinsam hat (Ähnlichkeit) oder mit welchen er im Bewusstsein zu gleicher Zeit vorkam.

Die Bezeichnung „logische Assoziationen“ ist statthaft, wenn man sich nicht auf den psychologischen, sondern den logischen Standpunkt stellt, d. h. wenn man ein Werturteil fällt. Für den Psychologen gibt es keine falschen Vorstellungsverbindungen, wohl aber für den Logiker.

Die Wirkung der Gefühle macht sich darin geltend, dass stark lust- oder unlustbetonte Vorstellungen stärkern assoziativen Charakter haben und ferner in den Kontrastassoziationen.

Die Macht des Willens über den Vorstellungsverlauf ist beschränkt. Die Willensakte sind an das durch Assoziation bewusst gewordene gebunden und können nur durch den Akt der Auswahl die Richtung der weitergehenden psychischen Bewegung beeinflussen, über sie doch nicht inhaltlich bestimmen.

Die Stabilität des Vorstellungsverlaufs wird vergrössert durch die Bildung herrschender Bewusstseinskomplexe, wie sie durch wiederholte Erfahrung, Übung und Denktätigkeit

gebildet werden, dagegen verkleinert durch unberechenbare Faktoren, wie Triebe, Temperamente etc.

Die in einem gegebenen Falle entstehende Reproduktion kann nicht zum voraus bestimmt werden. Je mehr wir uns der Psychologie der einzelnen Individuen zuwenden, um so mehr werden die eintretenden Reproduktionen vorausgesagt werden können.

Die Ähnlichkeitsassoziation ist von Bedeutung für die Theorie des Wiedererkennens und des Kennens. Die Bewusstseinsvorgänge werden zuerst unwillkürlich, später willkürlich dem Ähnlichkeitsprinzip gemäss geordnet.

Die Berührungsassoziation ist die psychische Vorstufe zur Auffindung von Gesetzen; in ihr wurzeln die gewohnheitsmässigen Erwartungen.

Freisteigende Vorstellungen sucht man zu erklären als assoziative Wirkung durch unbewusst bleibende Mittelglieder.

Die Assoziationen gehen dem Denken voraus und folgen ihm wieder nach. Sie sind das unentbehrliche Hülfsmittel für die Denkprozesse. Der Denkprozess geht leicht von statten, wenn durch den assoziativen Verlauf unseres psychischen Geschehens in jedem Momente das Passende reproduziert wird.

Je grösser die Assoziabilität einer Tatsache, um so besser wird dieselbe in unserem Gedächtnis haften Die Assoziabilität wird gesteigert durch Wiederholungen, zahlreiche Verwebungen, Aufmerksamkeit und starke begleitende Gefühle Negative Wirkungen der starken Assoziierung sind die assoziative und reproduktive Hemmung. Logische Verbindungen haften besser im Gedächtnis als sinnlose.

II. Pädagogischer Teil.

Die Sätze der theoretischen und praktischen Pädagogik werden psychologisch begründet, sie sind Lehenssätze der Psychologie. Daraus ergibt sich mit Notwendigkeit, dass die Pädagogik nur so weit eine eigene Terminologie haben darf, als Begriffe in Betracht kommen, die ihr durch die Psychologie nicht gegeben sind. Die Nichtbefolgung dieser berechtigten Forderung zeigt sich sehr deutlich in der oft an Unklarheit und Unbestimmtheit leidenden pädagogischen Literatur.

Deutlich bestätigen lässt sich diese Aussage durch die Begriffe, Assoziation und Konzentration. In der Theorie des Lehrplans versteht man unter Assoziation etwas anderes als in der Theorie des Lehrverfahrens. Bei der erstern wird der Begriff meistens in seiner wahren psychologischen Bedeutung gebraucht, während bei der Theorie der formalen Stufen die grössten Meinungsdifferenzen in der Anwendung und Deutung desselben bestehen. Ein zweiter Übelstand ist, dass der Assoziationsstufe Aufgaben zugeschrieben werden, welche mit der psychologischen Definition des Begriffes nicht vereinbar sind. Die Benennung einer formalen Stufe als solche der Assoziation scheint mir eine unpassende, was ich später noch genauer begründen werde.

An Unklarheit und Vieldeutigkeit leidet noch mehr der Begriff Konzentration, welcher in der Lehrplantheorie eine bedeutende Rolle spielt. Kern und Dörpfeld schlagen vor, diesen Begriff ganz zu vermeiden, was genügend für die Reformbedürftigkeit der pädagogischen Terminologie spricht. Assoziation und Konzentration sind die beiden charakteristischen Forderungen der modernen Pädagogik und gerade darum ist es angezeigt, dass die Brauchbarkeit und die eindeutige Bestimmung der Begriffe festgelegt werden.

Des weiteren möchte ich die unterrichtliche Bedeutung der Assoziationen darlegen. Es soll festgestellt werden, was wir eigentlich unter einem wahren „Assoziationsunterricht" zu verstehen haben, welcher der assoziativen und kombinatorischen Tätigkeit einen ungleich grössern Spielraum bietet, als es heutzutage üblich ist. Der Vergleichung der Unterrichtsergebnisse wird nicht die nötige Aufmerksamkeit geschenkt. Der Grund dieser Erscheinung liegt teilweise in der utilitaristischen Strömung unserer Zeit, welche die zu behandelnden Lehrstoffe beständig erweitert und dadurch die Qualität des Wissens vermindert, da keine entsprechende Stundenvermehrung den Ausgleich herstellen kann. Weitere Gründe sind auf Seite 34 zu finden.

Der Assoziationsunterricht.

Das Hauptproblem der praktischen Pädagogik ist die Schaffung eines grossen, wertvollen assoziativen Vorstellungskomplexes, welcher dem Schüler im Denken die richtigen Wege weist. Die Gedankenbeweglichkeit soll so gefördert werden, dass die Aneignung des Neuen leicht von statten geht.

Mittel und Wege zur Erreichung dieser Ziele gibt uns die Psychologie an. Die Gesetzmässigkeit des psychischen Geschehens ermöglicht uns die planmässige Einwirkung auf die Förderung des Wissens. Man beachtet nun viel zu wenig, dass der Lernprozess bei Erwachsenen und Schülern dieselben Stadien zu durchlaufen hat; der einzige Unterschied besteht darin, dass bei Schülern entsprechend ihrem Entwicklungszustand kleinere Stoffgebiete in Betracht kommen. Genau dieselben Wege, welche wir einschlagen, um zur Beherrschung einer Wissenschaft zu gelangen, hat der Schüler unter Anleitung seines Lehrers zu gehen. Keiner Fachpädagogen bedarf es, um die richtigen methodischen Mittel zur Förderung der Kenntnisse ausfindig zu machen. Wie modern klingen doch die Worte Lessings:

„Warum fehlt es in allen Wissenschaften und Künsten so sehr an Erfindern und selbstdenkenden Köpfen, oder warum werden wir nicht besser erzogen? Gott gibt uns die Seele,

aber das Genie müssen wir durch Erziehung bekommen. Ein Knabe

a) dessen gesamte Seelenkräfte man so viel als möglich in einerlei Verhältnissen ausbildet und erweitert;

b) den man gewöhnt, alles, was er täglich zu seinem kleinen Wissen hinzulernt, mit dem, was er gestern bereits wusste, in der Geschwindigkeit zu vergleichen und acht zu haben, ob er durch diese Vergleichung nicht von selbst auf Dinge kommt, die ihm noch nicht gesagt wurden;

c) den man beständig aus einer Scienz in die andere hinübersehen lässt;

d) den man lehrt, sich ebenso leicht von dem Besonderen zu dem Allgemeinen,

e) von dem Allgemeinen zum Besonderen herablassen. Der Knabe muss ein Genie werden, oder man kann nichts in der Welt werden. [1]) Diese fünf Forderungen bilden die Grundlage der heutigen Unterrichtstechnik, aber leider finden sie praktisch noch lange nicht die gehörige Berücksichtigung.

Die praktische Pädagogik ist einseitig geworden, indem sie ihre Kraft auf die Vervollkommnung des Lehrverfahrens richtet und die wechselseitigen Beziehungen der einzelnen Disziplinen vernachlässigt.

Die Stiftung wertvoller assoziativer Verbände, die verschiedenen Disziplinen umfassend, wird in der theoretischen Pädagogik zwar allgemein als eine der Hauptaufgaben des Unterrichts angesehen. „Da das Ziel des Unterrichtes, Bildung, nur unter der Bedingung erreicht werden kann, dass die mitgeteilten Gedanken in gehöriger Wechselwirkung zu einander stehen, so liegt die Hauptaufgabe bei der Anordnung des Unterrichtes darin, dass erstens die Lehrstoffe für einander bestimmt, dann aber auch aufeinander bezogen und verknüpft werden.[2]) Der Unterricht hat zuerst für die Klarheit des Einzelnen und darauf für die innige, reihenförmige Verbindung dieses Einzelnen, für seine Assoziation zu sorgen.[3])

---

[1]) Lessing: Abhandlungen über die Fabel. V.
[2]) Stoy: Encyklopädie der Pädagogik. S. 67.
[3]) Kern: Pädagogik S. 91 (1893).

„Assoziationen werden auch über Grenzen des einzelnen Faches hinaus möglich sein.... Je mehr solcher Verbindungen, um so geordneter, gescheiter, gegenwärtiger und nutzbarer wird aller Wissensbesitz; er vergeistigt sich schliesslich zu dem, was man allgemeine Bildung im besten Sinne zu nennen pflegt.“ [1]) Dieser theoretischen Wertschätzung der Assoziationen entspricht nun aber keine analoge praktische. Viel zu ängstlich werden nach alten Traditionen die einzelnen Fächer getrennt gelehrt, ja selbst verwandte und zusammengehörige Tatsachen unbegründet isoliert. Die Wahrung des fachwissenschaftlichen Charakters als Grund der Trennung ist ungenügend; denn unbeschadet desselben lassen sich durch vergleichende und allgemeine Betrachtungen leicht Brücken zwischen den einzelnen Fächern schlagen, zum mindesten zwischen solchen, welche ähnliche Objekte haben. Das Vergleichen bedingt das Unterscheiden und dieses alle Erkenntnis. Darum ist es eine wichtige Aufgabe der Pädagogik, methodisch die vergleichende Tätigkeit zu fördern zur Schaffung weitverzweigter und inhaltreicher assoziativer Verbände.

Die Lösung dieses Problems d. h. die Schaffung eines richtigen Assoziationsunterrichtes begegnet nun grossen Schwierigkeiten. Nur zu leicht artet alles in lächerliche Künsteleien aus, welche die ganze Frage in Misskredit bringen. Nichts darf bei diesen Verknüpfungen an den Haaren herbeigezogen werden. Der Gedankenkreis des Schülers muss dem Lehrer bekannt sein, sodass er ihn bezüglich seiner Assoziabilitätsmöglichkeiten genau prüfen kann. Natürlich sich ergebende Verknüpfungen von Unterrichtsergebnissen müssen ohne weiteres berücksichtigt werden, während absichtlich nur solche logische Assoziationen gebildet werden dürfen, die für zukünftige Denkoperationen brauchbares Material liefern. Eine grosse Zahl solcher wertvoller Assoziationen findet sich in der pädagogischen Literatur zerstreut. Es fehlen uns aber Untersuchungen, welche die möglichen Assoziationen zwischen den Gegenständen eines Faches oder mehrerer Fächer in

---

[1]) Mathias: Praktische Pädagogik S. 127 (1903.)

erschöpfender Weise klarlegen. Hier bietet sich der Zukunftspädagogik ein überreiches Arbeitsfeld, dessen methodische Bearbeitung reiche Früchte zeitigen wird.

Gehen wir nun über zur schärferen Charakterisierung des „Assoziationsunterrichtes“ (um uns der Ziehenschen [1]) Bezeichnung zu bedienen.) Assoziationsunterricht nenne ich denjenigen, welcher alle Lehrstoffe absichtlich so weit wie möglich assoziert. Der ganze Vorstellungsbesitz muss zur Assoziierung herbeigezogen werden und namentlich erstrebt wird die Stiftung logischer Verbindungen. Der Zusammenhang der Fächer muss immer deutlicher hervortreten, so dass schliesslich das bunte Vielerlei möglichst einheitlich erfasst wird. Von immanenten Repetitionen muss der ausgiebigste Gebrauch gemacht werden, sie vergrössern immer mehr die Beweglichkeit des Gedankenbesitzes, die vielfachen Wechselbeziehungen treten immer deutlicher hervor. Zuletzt ist der Schüler fähig, immer grössere Gedankengebiete in verdichteter Form zu überblicken. Je nach dem Bildungsgrad der Schüler wird diese Tätigkeit in engere oder weitere Grenzen gebannt sein. Jede unterrichtliche Tätigkeit muss aber das letzte Ziel klar vor Augen haben. Auf jeder Altersstufe müssen die obigen Bedingungen erfüllt werden in denjenigen Grenzen, welche durch die geistige Entwicklung der Individuen bedingt sind. Nicht chaotische Zustände, sondern ein geordnetes, zusammenhängendes Wissen soll das Produkt des Unterrichtes sein. Sobald der fachwissenschaftliche Unterricht einsetzt, sind es die verwandten Disziplinen, welche in die gehörige Wechselwirkung zu bringen sind. Dem Mathematiker stehen die Lehrstoffe der Arithmetik, Algebra, Planimetrie, Stereometrie, Trignometrie etc. zur Verfügung, um Vergleiche, Analogien und Zusammenhänge herauszusuchen. Es muss dafür gesorgt werden, dass ein wichtiger Begriff auch in seiner ganzen Bedeutung erfasst wird, sodass derselbe als Assoziationszentrum eine vielseitige Reproduktion einzuleiten imstande ist.

[1]) „Die Ideenassoziation des Kindes“, Th. Ziehen. Sammlung von Abhandlungen auf dem Gebiete der pädag. Psychologie und Physiologie. Bd. I (1898).

Die Vorstellung „Gleichung“ muss eine rege Gedankenbewegung einleiten. In rascher Folge tritt dem Schüler die Bedeutung der Gleichungen in den einzelnen Disziplinen vor Augen. Diese Gedankenbeweglichkeit ist ein gutes Kriterium für die Bewertung der Unterrichtsmethode.

Im psychologischen Teile haben wir gefunden, dass der Praxis am besten gedient wird durch die Annahme zweier Assoziationsgesetze:

1. Das Gesetz der Ähnlichkeit.
2. Das Gesetz der Berührung.

Für das Denken sind wichtiger die Assoziationen, welche nach dem Gesetze der Gleichartigkeit oder Ähnlichkeit zustande kommen, denn sie liefern den Denkprozessen direkt verwendbares Material. Nach dem Ähnlichkeitsprinzip muss daher der Lehrer ordnend in den Vorstellungsbesitz seiner Schüler eingreifen. Die vergesellschafteten Vorstellungen sollen nun aber leicht assoziativ wirksam werden, d. h. die Vorstellungsbewegungen müssen je länger je leichter und schneller eintreten. Das erreicht man durch Memorieren, das seinerseits Repetitionen als Mittel gebraucht Es muss eben die notwendige Mechanisierung der geistigen Tätigkeit hergestellt werden. „In richtiger Mechanisierung liegt vielfach das Geheimnis des gleichmässigen Fortschrittes im Können.“ Wie weit diese Mechanisierung gefördert werden muss, ist eine Frage von grösster Bedeutung. Die einen gehen so weit, dass die Reproduktion in vollster Gedankenlosigkeit geschieht, andere wollen diesem Extrem ausweichen und ziehen Langsamkeit und Unbeholfenheit gross. Die zwischen diesen Extremen liegende Mitte zu finden, ist, wie schon angedeutet, nicht leicht.

Variierende Repetitionen bilden das geeignetste Mittel zur Erreichung dieses Zieles. Das judiziöse Gedächtnis muss allmählich angebahnt werden und eine führende Rolle spielen. „Die judiziöse Memorierkraft ist 1. intensiv viel stärker als die mechanische, 2. extensiv umfassender und 3. der Richtung eine allseitige, während die mechanische bloss eine reihen-

förmige Reproduktion erzeugt und bei mehr als zwei oder drei Glieder nur eine einseitige ist.“ [1])

Je grösser die Beweglichkeit der Vorstellungen, um so grösser wird auch die Aufmerksamkeit und das Interesse sein, welches die Schüler dem neu zu behandelnden Stoffe entgegenbringen. „Die Geläufigkeit ist eine höchst schätzbare Tugend, denn je sicherer und gewandter die niedern Geistestätigkeiten ihren Dienst verrichten, desto freier fühlen sich die höhern, und desto Grösseres können sie in ihren hohen Aufgaben leisten. [2])

Ein planmässiger Assoziationsunterricht wird mit den kleinsten Anforderungen beginnen und allmählich Lehrer sowohl wie Schüler in immer gesteigertem Masse in Anspruch nehmen. Ein solcher Unterricht bietet die beste Gewähr für das Behalten, denn die mehrfachen Assoziationen zwischen den Vorstellungen erschweren das Vergessen derselben. Er hebt von selbst die Beweglichkeit der Vorstellungen, weckt dadurch Aufmerksamkeit und Interesse und erleichtert bedeutend die Aneignung des Neuen. Die Gedankenkomplexe bringt er in organische Verbindung und vereinigt die Systeme der einzelnen Unterrichtseinheiten zu einem immer mehr anschwellenden Generalsystem, dessen Bedeutung auch Ziller hervorhebt. Selbsttätigkeit und Mitarbeit stellen sich von selbst ein. „Wer seine Schüler in reger Mitarbeit erhalten will, stelle recht oft interessierende und gut zu bewältigende Fragen und Aufgaben für den verknüpfenden (assoziierenden) und sondernden (dissoziierenden) Verstand.“ Diese produktive Assoziation muss beständig das rezeptive Lernen begleiten. . . . Das nur rezeptive Verhalten würde der Passivität Vorschub leisten. [3])

Der Unterricht, welcher alles Verwandte in gehörige Wechselwirkung bringt, muss mit Notwendigkeit zu befriedigenden Unterrichtsergebnissen führen. Die Schüler haben alle behandelten Stoffe, auch die früherer Jahreskurse, jeder-

[1]) Dörpfeld: Denken und Gedächtnis. S. 95. (Dörpfelds Schriften.)
[2]) Dörpfeld: Denken und Gedächtnis. S. 108.
[3]) Mathias: Praktische Pädagogik. S. 125.

zeit in verdichteter Form gegenwärtig und sind in der richtigen Verfassung, Neues sich anzueignen. Die Erreichung dieser angegebenen Ziele wird wohl mancher Praktiker als unmöglich erachten. Ich glaube zuversichtlich, dass ihn Versuche mit der konsequenten Verbindung ähnlicher Tatsachen bald eines Bessern belehren werden.

Was ein wahrer Assoziationsunterricht ist, glaube ich klar festgelegt zu haben. Unsere nächste Aufgabe wird es nun sein, zu untersuchen, inwieweit den gestellten Forderungen Folge geleistet wird. Gegenwärtig wird wohl assoziiert, aber wie schon betont, in zu engen Grenzen. Wo liegen nun die Ursachen dieser Erscheinung?

Der Hauptgrund ist darin zu suchen, dass die zur Verfügung des Lehrers stehende Zeit zu kurz bemessen ist, um die zu behandelnden Stoffe in richtige Wechselbeziehung zu bringen. Gegeben sind dem Lehrer Zeit und Lehrstoff, ihnen anpassen muss sich die Methode. Dieses Verhältnis ist aber falsch. Feststehen sollten Zeit und Methode und variabel sollte das zu behandelnde Stoffquantum sein. Nicht die Quantität, sondern die Qualität des Wissens sollte allein ausschlaggebend sein. Folge davon ist, dass die Vielwisserei grossgezüchtet wird, aber leider oft eine unfruchtbare Vielwisserei. Die Zeit zu wertvollen kombinatorischen Übungen kann aber nur gewonnen werden, wenn in quantitativer Beziehung nicht zu hohe Anforderungen an Schüler gestellt werden müssen. Auch der Schüler muss dazu gebracht werden, Wesentliches und Unwesentliches unterscheiden zu lernen. Selbständig soll er Bekanntes in neue Kombinationen bringen und dadurch selbständig zu neuen Erkenntnissen gelangen. Die Aufsuchung des Gleichartigen, wie auch die des Gegensätzlichen soll dem Schüler an passenden Beispielen ermöglicht werden.

Wahrer Assoziationsunterricht wird nur möglich sein, wenn man die Quantität der zu behandelnden Lehrstoffe in engere Grenzen schliesst, um dadurch dem Lehrer die erspriessliche kombinatorische Tätigkeit zu ermöglichen.

Die kombinatorische Tätigkeit im Unterricht ist für manchen weniger anziehend als der Lehrvortrag und wird wohl auch aus diesem Grunde mancherorts unterlassen. Sie ist auch nicht überall in gleichem Masse anwendbar, da sie von dem Vorstellungskreis des Schülers abhängt.

Es fehlen ferner die geeigneten Hilfsquellen, welche den angehenden Pädagogen in den Geist der Methode einführen. Erst in neuester Zeit wird z. B. in mathematischen Lehrbüchern den Assoziationen des Ähnlichen erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt.

Eine weitere Bedingung des Assoziationsunterrichtes ist, dass der Lehrer mit dem Vorstellungsvorrat seiner Schüler vertraut ist; wie sollte er auch sonst passende Verknüpfungen stiften können. Wo Fachlehrer den Unterricht erteilen, muss also darauf geachtet werden, dass der Schüler so lang als möglich bei demselben Lehrer den Unterricht geniesst

Das Ergebnis der bisherigen Darlegungen ist kurz zusammengefasst folgendes:

Die Schule muss mehr Gewicht auf die Assoziation der Lehrstoffe legen, ja dieselbe als einen ihrer Hauptzwecke anerkennen.

Es müssen spezielle Untersuchungen angestellt werden über die möglichen Verbindungen zwischen den einzelnen verwandten Fächern. Nicht die Quantität, sondern die Qualität des Wissens muss als Massstab für die Bewertung der Unterrichtsergebnisse gebraucht werden.

Nun gehen wir dazu über den Begriff Assoziation genauer zu bestimmen, gestützt auf seine Definitionen in der pädagogischen Literatur.

Die formalen Stufen.

Die formalen Stufen sind Formen, welche man anwenden soll, sobald es sich um die Aneignung eines neuen Stoffes handelt. Ihre Zahl beträgt 5 (Analyse — Synthese — Assoziation — System — Methode) oder 4 (Klarheitsstufe — Assoziation — System — Methode) oder 3 (Anschauen — Denken — Anwenden). Jede der 5 Stufen hat eine bestimmte Aufgabe zu

erfüllen; wir haben nun näher diejenige der Assoziation ins Auge zu fassen. Die Analyse weckt und ordnet bei den Schülern solche Vorstellungen, welche mit dem Neuzulernenden in naher Beziehung stehen. Die Synthese bietet das Neue dar und die Methode soll das Gelernte praktisch verwerten. Die Funktionen der fehlenden zwei Stufen sind nicht genau angebbar, es treten die Ansichten stark auseinander, sodass wir uns nur durch Vergleichung einzelner Theorien Klarheit verschaffen können. Richtung gebend für uns ist die psychologische Definition der Assoziation, sobald Ansichten bewertet werden.

Ziller: Die Assoziation hat 1. das Begriffliche aus dem synthetischen Stoffe abzusondern und 2. den Gebrauch desselben zu sichern. „Bei beiden Hauptformen der Assoziation muss der konkrete Inhalt der Synthese noch einmal repetitionsweise durchlaufen und die Aufmerksamkeit auf das darunter verborgene Allgemeingültige und Notwendige des fachwissenschaftlichen Systems hingelenkt werden.“ [1]) Nach Fixierung des Begrifflichen, mus es mit allen älteren Gedankenkreisen, zu denen es überhaupt hinreicht, so viel als möglich in Verbindung gesetzt werden, und zwar ausdrücklich unter Mischung der bereits durchgearbeiteten Gebiete.[2]) Abstraktion und Assoziation (entsprechend unserer psychologischen Definition) sind also die zwei Aufgaben der Assoziation (im pädagogischen Sinne). Das System fixiert und ordnet.

Willmann: Die Artikulation der Lehrinhalte fordert von den formalen Stufen (ohne Analyse) Deutlichkeit, systematische Übersichtlichkeit, Assoziation und Kombinierbarkeit. Assoziationen sind „die das Merken erleichternden festen Verknüpfungen.“ [3]) „Das System ist die Form, in welcher der Reinertrag einer Erörterung oder Entwicklung am zweckmässigsten niedergelegt wird.“ [4])

Kern: „Bei der Assoziation muss das Einzelne mit dem schon Vorhandenen und unter sich verbunden werden. Die

[1]) Ziller: Pädagogik. S. 244. [2]) S. 251.
[3]) Willmann: Didaktik. Bd. II. S. 336 (1889).
[4]) Willmann: Didaktik. Bd. II. S. 340.

Vorstellungsreihen, welche vorher entstanden sind, werden erweitert und die Bildung neuer Reihen beginnt. . . . Durch die Assoziation wird jede neue Vorstellung in verschiedene Verbindungen gebracht.“ [1]) Kern nimmt vier Stufen an: Klarheit — Assoziation — Anordnung — Anwendung.

Rein:[2]) Assoziation und System fasst er auf als Unterstufen der Stufe des Begriffs. Der Assoziation fällt die Begriffsbildung zu, das System ordnet das Begriffliche und verbindet dasselbe mit dem Zusammengehörigen. „Es können also Begriffe, Urteile, Erklärungen, Schlussreihen, Beweise, Gesetze, Lehrsätze, aber auch Dispositionen, Übersichten, Grössenbestimmungen, Charakterschilderungen in das System aufgenommen werden“, sofern sie sich aus der begrifflichen Durchdringung des Stoffes der Unterrichtseinheit ergeben.

Mathias: Die Stufe der Assoziation sondert das Begriffliche, Gesetzmässige und Allgemeine aus dem Konkreten, den Einzelerscheinungen und dem Besonderen. „Bei der Verknüpfung soll auch anderer Stoff als der gerade vorliegende oder im Unterricht gebotene mit diesem in Beziehung gesetzt, verwandte Vorstellungen miteinander verknüpft und sorgfältig verglichen werden, es soll der Begriff und die Regel gefunden werden.“ [3]) Das System formuliert das Gesetzmässige und Begriffliche. „Nur verwandte oder gegensätzliche Vorstellungen soll man miteinander verknüpfen oder in Widerstreit setzen.“ [4])

Dörpfeld: Hier spielt nun der Begriff Assoziation eine eigentümliche Rolle. In den „Grundlinien der Theorie eines Lehrplans“ wird der Begriff Assoziation nicht gebraucht, sondern ersetzt durch die Begriffe Verbindung und Verknüpfung. In der Abhandlung „Denken und Gedächtnis“ kommt der Begriff Assoziation vor bei der Behandlung der Gesetze des Denkens und des Gedächtnisses. Der Grund der Reproduktion ist beim Gesetze der Gleichzeitigkeit das Zusammensein im Bewusstsein oder respektive „die dabei statt-

[1]) Kern: Pädagogik S. 92 ff.
[2]) Rein: Encyklopädie der Pädagogik. Bd. II. S. 283 ff.
[3]) Mathias: Praktische Pädagogik. S. 125. [4]) S. 233.

gefundene Verknüpfung (Assoziation) der Vorstellungen.“ [1]) Eine neue Bedeutung hat der Begriff Assoziation bei der Begriffsbildung. Eine Vorstellungsverbindung, die bloss durch das äusserliche, zufällige Zusammentreffen ihrer Teile im Bewusstsein veranlasst ist, heisst Kombination. „Eine Vorstellungsverknüpfung nach dem Gesetze der Gleichartigkeit heisst Assoziation.“ Dieses Gesetz der Gleichartigkeit wirkt bei der Begriffsbildung, welche in vier Akte zerfällt

1. Akt: Zergliederung der Repräsentanten.

2. Akt: Abstraktion, Begriffsbildung oder schlechtweg Assoziation, je nach dem Gesichtspunkt den man einnimmt. Blickt man bloss auf das Zusammenbringen (Verbinden) der verschiedenen Objekte, so heisst er schlechtweg Assoziation [2])

3. Akt: Abschluss des zweiten durch Namengebung.

4. Akt: Vom Allgemeinen zum Besondern.

Lukens: [3]) Er nimmt drei formale Stufen an: Anschauen — Durchdenken — Anwendung. Auf der Stufe der Anschauung werden neue Tatsachen in Reihen geordnet. Alte Reihen werden fortgesetzt oder neu gebildet. Auf der zweiten Stufe werden alte und neue Reihen vielfach verknüpft und verflochten.

Von Einheit bezüglich des Begriffes Assoziation kann nicht im geringsten gesprochen werden. Das Streben nach grösserer Übereinstimmung macht sich nun geltend in einer kritischen Arbeit. „Über die dritte formale Stufe, die Assoziation“ [4]) von Wilk. Die wichtigsten Punkte der Arbeit sind folgende:

Die Stufe der Assoziation begegnet in der Pädagogik folgenden fünf Auffassungen:

1. Stufe der Abstraktion.
2. Stufe der Verallgemeinerung.
3. Stufe der Subsumption.
4. Stufe der Vergleichung.
5. Stufe der Verknüpfung.

---

[1]) Dörpfeld: Die schulmässige Bildung der Begriffe. S. 9. [2]) S. 18.
[3]) Lukens: Die Vorstellungsreihen und ihre pädagogische Bedeutung. Diss. Jena 1892. S. 43 ff.
[4]) Pädagogische Studien. Jahrgang 1897—1898.

Bei der Stufe der Abstraktion ist die Absonderung des Allgemeinen die erste allgemein anerkannte Aufgabe der Assoziation und die Gewinnung des fachwissenschaftlichen Begriffes die zweite Aufgabe.

Bei der Stufe der Subsumption hat die Assoziation zwei Aufgaben, nämlich Abstraktion und Subsumption. Legt man bei Vergleichungen das Hauptaugenmerk auf gemeinschaftliche Merkmale, so gehört die Tätigkeit zur Stufe der Assoziation, weil sie der Begriffsbildung dient. Legt man Gewicht auf die differenten Merkmale, so hat man eine Aufgabe der Synthese. Immerhin dürfen auch episodisch, zur Verhütung von Verwechslungen Vergleichungen in bezug auf differente Merkmale vorgenommen werden. Die Assoziation darf aus zwei Gründen nicht Stufe der Vergleichung genannt werden: 1. weil Abstraktion auch ohne Vergleichung vorgehen kann und 2. weil Vergleichungen auf allen Stufen vorkommen.

Es ist auch verkehrt, die Assoziation die Stufe der Verknüpfung zu nennen, wie das gebräuchlich ist, denn Abstrahieren und Subsumieren (die zwei Tätigkeiten der Assoziation) fassen mehr in sich als blosses Verknüpfen. Die Verknüpfung der über- und untergeordneten Begriffe und der untergeordneten (Begriffe) untereinander, ist nur eine Begleiterscheinung jener seelischen Tätigkeiten und zudem werden auf allen Stufen Vorstellungen verknüpft. Nur Reihen, welche im Dienste der Begriffsbildung stehen, gehören zur Assoziation. Wilk kommt zu folgender Definition:

„Die Assoziation ist die Stufe der Begriffsbildung durch Abstraktion und Subsumption. Beide seelischen Vorgänge gehören zusammen, indem sie sich in ihrer Arbeit ergänzen. Es kann aber auch vorkommen, dass die Abstraktion allein auftritt, wenn der Gedankenkreis der Schüler keine Unterarten weiter enthält als die der Abstraktion zugrunde gelegenen, oder wenn es sich um Gewinnung von Individualbegriffen handelt, die keine Unterarten haben. Ebenso kann aber auch die Subsumption selbständig auftreten, ohne sich an einen vorausgegangenen Abstraktionsprozess anzulehnen.

Andere seelische Tätigkeiten gehören nicht zwischen Synthese und System.“ [1])

Welchen Standpunkt haben wir nun gegenüber den divergierenden Auslegungen einzunehmen, wenn wir unter assoziativer Tätigkeit diejenige verstehen, bei der wir absichtlich Vorstellungen verbinden, um später aus der wechselseitigen Reproduktionsfähigkeit Nutzen zu ziehen? Auf allen fünf formalen Stufen wird unabsichtlich und absichtlich assoziiert. Bezeichnen wir eine Stufe als solche der Assoziation, so kann es nur diejenige sein, auf welcher die assoziative Tätigkeit ihr Maximum erreicht. Lässt sich eine solche Stufe nicht klar von den andern trennen, so ist überhaupt die Bezeichnung Assoziation eine unpassende. Dies ist nun auch wirklich der Fall; denn sonst wäre nicht diese Konfusion entstanden. Da die Assoziierung der Unterrichtsergebnisse eine der wichtigsten Forderungen ist, so will man das eben auch durch Bezeichnung einer formalen Stufe als Stufe der Assoziation bekräftigen. In diesem Falle müssen wir folgende Definition derselben geben: Die Stufe der Assoziation hat den neu angeeigneten Stoff mit dem ähnlichen früherer Unterrichtseinheiten zu verknüpfen.

Mit der Begriffsbildung hat die Stufe der Assoziation nichts zu tun. Die Bildung assoziativer Vorstellungskomplexe ist eine natürliche Begleiterscheinung der Begriffsbildung. Der Begriff selber ist ein Assoziationszentrum. Sobald das Begriffliche oder Gesetzmässige gefunden ist, beginnen die Tätigkeiten, welche den ganzen Gedankenkreis in Wechselwirkung bringen behufs Stiftung wertvoller Assoziationen. Die Bildung möglichst weitgreifender Verbindungen ist nun Hauptzweck; also wäre nun die Bezeichnung der Stufe als Assoziation eine gerechtfertigte.

Das System gibt uns Zusammenstellungen. Es fixiert das Neue und beleuchtet zugleich die Wechselbeziehungen des Neuen zum Alten in verdichteter Form. Keine neuen Verbindungen werden gestiftet. Die angegebene Definition

[1]) Wilk: Pädagogische Studien. Jahrgang 1897/98. S. 213.

der Stufe ist die allein annehmbare, da sie der psychologischen Definition am meisten angepasst ist. Sobald das Neue mit schon Bekanntem assoziiert wird, setzt diese Stufe ein und sobald diese verknüpfende Tätigkeit abgeschlossen wird, ist die Stufe zu Ende. Der Name ist berechtigt, weil auf keiner andern Stufe die Assoziierung in diesem Umfange erstrebt wird. Diese ist hier weder Mittel noch Begleiterscheinung, sondern absichtlicher Hauptzweck.

Die herrschenden Ansichten in dieser Frage sind folgende:

1. Die Stufe der Assoziation hat es nur mit der Begriffsbildung zu tun oder mit der Ableitung der Allgemeingültigen;

2. sie hat nur für die assoziative Verbindung des Neuen mit dem Bekannten zu sorgen;

3. sie befasst sich mit der Begriffsbildung und mit der Stiftung wertvoller Zusammenhänge.

Allein annehmbar erscheint mir wegen der angeführten Gründe nur die zweite Fassung. Nicht brauchbar und willkürlich sind die unter 1. und 3. angegebenen Definitionen; die Bezeichnung einer Stufe soll doch deutlich den Hauptzweck derselben erkennen lassen. Der Hauptzweck einer Assoziationsstufe kann aber nur die grösstmögliche Assozierung sein. Behält man die Fünfzahl der formalen Stufen bei, so fallen ihnen folgende unzweideutige Aufgaben zu:

Analyse: Vorbereitungen zur Aneignung des Neuen.

Synthese: Darbietung des Neuen.

Assoziation: Schaffung wertvoller Assoziationen zwischen dem Neuen und dem schon Bekannten.

System: Fixierung des Vorhergehenden.

Methode: Anwendung.

Vermeidet man den Begriff Assoziation, so wird dadurch ohne Zweifel manche Unklarheit beseitigt, aber anderseits kommt dann die grosse Bedeutung der Assoziierung nicht zur richtigen Betonung.

Meine Ausführungen haben ihren Zweck erreicht, wenn sie überzeugend dartun, dass grössere Einheitlichkeit und

bessere Berücksichtigung der Psychologie notwendig in der pädagogischen Literatur zu erstreben ist und dass eine brauchbare unzweideutige Definition der formalen Stufe der Assoziation gefunden ist.

Nahe verwandt mit dem Begriff Assoziation ist der Begriff Konzentration. Wir wollen untersuchen, ob es nicht möglich ist, eine Begriffsbestimmung zu finden, welche nicht so schwankend ist wie die bestehende.

Konzentration.

Kein Begriff der Unterrichtslehre ist so verschieden gedeutet worden als der: Konzentration des Unterrichts."[1]) Diese mehrfache Auslegung ist aber verglichen mit derjenigen des Begriffes Assoziation nicht von gleicher Tragweite. Die Assoziationen spielen eine bedeutende Rolle sowohl in der Psychologie als in der Pädagogik. In beiden Wissenschaften müssen entsprechend der abhängigen Stellung die Begriffe sich decken oder wenigstens nicht im Widerstreite stehen. Für den Begriff Konzentration haben wir nun keine psychologischen Anhaltspunkte; er entstammt der Pädagogik. Es kann sich hier demnach nur darum handeln das Konzentrationsprinzip näher zu untersuchen hinsichtlich seiner Stellung zur Assoziation. Bis zu Ziller steht die Konzentration im Dienste der Lehrtätigkeit, mit und nach Ziller in dem der Erziehungstätigkeit. Die zahlreichen Arten der Konzentration ergeben sich einesteils aus den verschiedenen Zwecken, die man erstrebt (formale, ethische Konzentration) und anderenteils aus den Mitteln, die man zur Erreichung der Ziele ergreift, (fächerverbindende, subtrahierende Konzentration). Alle Auffassungen der Konzentration lassen sich zurückführen auf eine der beiden folgenden:

1. Unter Konzentration versteht man den Aufbau des Unterrichts um einen festen Kern als Zentrum. Auf diesen Mittelpunkt muss die ganze Unterrichtstätigkeit bezogen werden.

[1]) Rein: Enzyklopädie der Pädagogik. Bd. 4. S. 205.

2. Konzentration ist ein verdichtetes Zusammenfassen und Sammeln der Lehrinhalte. Kein Fach nimmt eine bevorzugte Mittelstellung ein. Keine Gruppierung um einen Mittelpunkt soll geschaffen werden, sondern die Sammlung der Ergebnisse in gedrängter Form. Der Begriff hat demnach eine analoge Bedeutung wie in der Chemie.

Die beiden Auslegungen können wir auch so formulieren:

Die Konzentration bedeutet die Assoziation aller Unterrichtsergebnisse unter Anerkennung eines Hauptfaches oder Hauptzweckes als Mittelpunkt (Assoziationszentrum) des zu schaffenden Gedankenkomplexes oder

Die Konzentration erstrebt einfach möglichst wertvolle Assoziation ohne Annahme eines dominierenden Zentrums.

Diese zweifache Auslegung des Begriffes ist für die Pädagogik nicht ohne Folgen gewesen. Der erzeugten Verwirrung kann man am besten entgegentreten durch seine Elimination. Gehen wir nun etwas genauer auf das Wesen der Konzentration ein.

Von ihr wird eigentlich erst bei der Theorie des Lehrplans gesprochen, wo es sich darum handelt, das gegenseitige Verhältnis der einzelnen Lehrfächer festzustellen. Bis auf die neueste Zeit sind verhältnismässig wenig Versuche zu verzeichnen, welche durch Spezialuntersuchungen eine Förderung der Lehrplantheorie herbeiführen wollen d. h. zur organischen Verbindung der verschiedenen Wissenszweige oder wenigstens verwandter Disziplinen einen Beitrag leisten. Die Gründe dieser Erscheinung sind unschwer anzugeben. In Fachlehrerkreisen herrscht im allgemeinen eine Antipathie gegen jegliche pädagogische Theorie, welche der Förderung der Methodik hindernd im Wege steht. Ein zweiter Grund ist darin zu suchen, dass die Gefahr wertlosen Künsteleien zu verfallen eine besonders grosse ist. Auf dem Gebiete der Mathematik finden wir einen ersten Versuch für die Fächer Planimetrie und Steriometrie, wie ich im mathematischen Teile noch näher auseinandersetzen werde.

Die Lehrplantheorie beschäftigt sich mit der organischen Verknüpfung der Lehrfächer, mit der Bildung weitverzweigter

assoziativer Verbände oder kürzer mit dem, was wir wahren Assoziationsunterricht nennen. Diese Tatsache wird noch augenscheinlicher, wenn ich die Ansichten einiger Pädagogen zur Vergleichung folgen lasse.

Ziller: „Konzentration ist die Vereinigung des Vielen, was der Unterricht darbietet, in der werdenden Person des Zöglings. Die richtige Konzentration verlangt nur, dass die eine Art des Unterrichtes bei einer andern Art Anknüpfung sucht und findet.“ [1])

Stoy: „Es mögen alle nur denkbaren Veranstaltungen getroffen werden, damit durch Einheit in den Grundlagen, Anschluss des Verwandten, Vereinigung des sich Ergänzenden Zeit und Kraft erspart, Intensität des Unterrichtsresultates erstrebt werde. Das zu erörtern ist die Aufgabe der didaktischen Lehre von der Konzentration. Leider ein Begriff dessen sich die pädagogische Oberflächlichkeit bemächtigt hat.“ [2])

Willmann [3]): „In der mangelhaften Amalgamierung älterer und neuerer Wissensstoffe liegt aber auch die Schwäche unserer Lehrpläne überhaupt; sie sind durch Kumulierung nicht durch Wachstum von innen heraus zustande gekommen und haben selbst Zusammengehöriges aus pedantischer Vorliebe für das Fachwerk und in falschem Streben nach Vollständigkeit auseinander gerissen.“

Kern: „Der Unterricht soll kein vereinzeltes Wissen geben, sondern muss das Neue mit dem Alten verknüpfen, das geistige Innere des Zöglings zu einem Ganzen gestalten und verweben, und hiermit ist der Begriff dessen näher bezeichnet, was man Konzentration des Unterrichts genannt hat und was wir, weil dies Fremdwort nicht immer in einem Sinne gebraucht ist, Einheit des Unterrichts nennen wollen.“ [4])

Mathias vermeidet den Begriff Konzentration in seiner praktischen Pädagogik. Nach Lukens ist Zweck der Kon-

[1]) Ziller: Pädagogik. S. 243 ff.
[2]) Stoy: Encyklopädie der Pädagogik. S. 69.
[3]) Willmann: Didaktik. Bd. 1. S. 406.
[4]) Kern: Pädagogik. S. 42.

zentration Schaffung eines Gedankengewebes und schliesslich einer einheitlichen Gedankenmasse.[2])

Aus allem geht hervor, dass als Zweck der Konzentration die Stiftung brauchbarer assoziativer Komplexe angesehen werden muss, und zwar möglichst weitgreifender. Der Begriff Assoziation ist nun aber genügend zur Fixierung dieser Aufgabe, so dass gar nicht einzusehen ist, weshalb man den Begriff Konzentration anwendet. Auch Dörpfeld tritt für die Ausschaltung desselben ein und ersetzt ihn durch „Organisches Ineinandergreifen der Lehrfächer". Die Dörpfeld'schen Ausführungen decken sich nun vollständig mit dem, was wir Assoziationsunterricht nennen. „In den Grundlinien einer Theorie des Lehrplans" und in einer zweiten Abhandlung, „Der didaktische Materialismus", kommt er zu folgenden bemerkenswerten Ergebnissen:

Der Lehrplan jeder Schule muss ein organisch gegliedertes Ganzes sein, welches Ziel nur durch die gliedliche Verbindung der Lehrfächer erzielt wird. Die Pensen gehen quantitativ über das rechte Mass hinaus. Planmässige und vielseitige Verknüpfung ist die erste und notwendigste Bedingung des Unterrichts. Es gibt dreierlei Lehrstoffverknüpfungen.

1. Innerhalb jedes einzelnen Faches,
2. zwischen den Zweigfächern jedes Wissensgebietes,
3. zwischen den einzelnen Wissensgebieten.

Die Lehrplantheorie hat sich zu befassen mit

a) der Auswahl der Fächer,
b) Verteilung der Fächer,
c) dem organischen Ineinandergreifen der Lehrfächer.

Diese letzte Aufgabe sei die wichtigste und verlangt

1. Normalität des Lehrplans, (Vollzahl der Fächer),
2. Jedes Lehrfach muss ein einheitliches Ganzes sein,
3. Unterrichtliche Verknüpfung sämtlicher Lehrfächer,
4. Zentrale Stellung der Religion.

---

[2]) Lukens: Die Vorstellungsreihen und ihre pädagogische Bedeutung. S. 38.

Er verlangt also zuerst die Assoziation der Ergebnisse der Unterrichtseinheiten derselben Disziplin, dann die Assoziation verwandter Disziplinen, und schliesslich Assoziation scheinbar wenig verwandter Fächer. Forderung 4. lasse ich unberücksichtigt, da keine bestimmte Schulstufe in unsern Betrachtungen vorausgesetzt wird.

Zum Schlusse möge noch erwähnt werden, dass auch Barth[1]) eine gleiche Stellung einnimmt wie Dörpfeld. Bei ihm erstreckt sich die Konzentration.

1. „Auf eine Verbindung vom Unterricht in der Schule mit den Erfahrungen und Erlebnissen des Schülers ausserhalb der Schule,
2. Auf eine Verbindung der Zweige und des Lehrstoffes eines Faches, und
3. Auf eine Verbindung der Lehrfächer untereinander.

Konzentration heisst also nichts anderes als planmässige, weitgreifende Assoziation und gerade darum können wir den Begriff leicht entbehren.

Die pädagogische Bedeutung der Assoziationen habe ich nun klargelegt. Unbestreitbare Tatsache ist, dass im gegenwärtigen Schulbetrieb die Assoziationen nicht in genügendem Masse Beachtung finden: theoretisch wohl, nicht aber in der Praxis. Vergebens würde man nach Literatur suchen, welche detaillierte Pläne für die Assoziierung aller oder einzelner Disziplinen gibt. An methodischen Bearbeitungen von Unterrichtseinheiten ist kein Mangel; wohl aber an entsprechenden Bearbeitungen aus dem Gebiete der Lehrplantheorie. Daher schliesse ich mit der Aufforderung zur planmässigen Bearbeitung verwandter Disziplinen bezüglich ihrer Assoziabilität.

Ergebnisse des pädagogischen Teils.

Es ist grössere Uebereinstimmung zwischen der pädagogischen und der psychologischen Terminologie anzustreben.

[1]) Barth: Der Begriff Konzentration in der Unterrichtslehre. S. 77.

Wir nennen „Assoziationsunterricht“ denjenigen, welcher die Stiftung weitverzweigter, wertvoller assoziativer Vorstellungskomplexe als eine seiner wichtigsten Aufgaben betrachtet. Er hat die logischen Abhängigkeiten in grossen Zusammenhängen deutlich erkennbar zu machen.

Diese Tätigkeiten finden nicht die ihnen gebührende Beachtung. Die Assoziierung der Unterrichtsresultate muss notwendig umfassender gestaltet werden.

Es müssen die einzelnen Lehrfächer bezüglich ihrer Assoziabilität eingehenden Bearbeitungen unterworfen werden.

Der Assoziationsunterricht bietet die beste Gewähr für das Behalten, er gibt dem Schüler mit der Zeit den richtigen Einblick in den organischen Zusammenhang der Disziplinen, er fördert die Selbsttätigkeit durch die Anleitung zum vergleichenden Denken und schafft ein Gedankenmaterial, das die Apperzeption (logische Einordnung) des Neuen sehr erleichtert.

Die Bezeichnung einer formalen Stufe als solche der Assoziation ist nicht ratsam. Auf allen 5 Stufen wird absichtlich und unabsichtlich assoziiert. Hält man die Bezeichnung fest, so wird nur diejenige Stufe mit dem Namen belegt werden können, auf welcher die Stiftung wertvoller assoziativer Komplexe, die möglichst weit sich verzweigen, als Ziel erachtet wird.

Der Begriff Konzentration sollte man ebenfalls vermeiden. Diese gipfelt in der Schaffung wertvoller Zusammenhänge, ist also nichts anderes als absichtliche weitgreifende Assoziation.

Der Assoziationsunterricht wird qualitativ wertvollere Resultate liefern, verlangt aber quantitative Einschränkung der Lehrstoffe.

III. Mathematischer Teil.

Wir haben nun die Frage näher zu prüfen, ob der mathematische Unterricht den erwähnten Forderungen gerecht wird Ist er „Assoziationsunterricht", dem die Verknüpfung verwandter Tatsachen als leitendes Prinzip dient?

Wird der Stiftung wertvoller Zusammenhänge genügend Aufmerksamkeit zugewendet, um den Schüler wirklich dazu zubringen, das Gebiet der Elementarmathematik in seinen logischen Zusammenhängen zu überblicken und dasselbe als organisches Ganzes zu erfassen?

Werden die einzelnen mathematischen Disziplinen unter sich sowohl als mit andern Fächern in gehörige Wechselbeziehung gebracht?

Die Beantwortung dieser Fragen verlangt vor allem eine Charakterisierung der Methode des mathematischen Unterrichts, ein Hervorheben der Hauptströmungen auf diesem Gebiete.

Die pädagogischen Fragen beginnen in grösserem Masse als früher die beteiligten Kreise zu interessieren. Die Gründung einer pädagogischen Sektion auf dem Internationalen Mathematiker-Kongress ist ein sprechendes Zeugnis. In der Eröffnungsrede des III. Kongresses in Heidelberg äusserte sich Weber folgenderweise: „Eine grosse Rolle spielen heutzutage die pädagogischen Fragen. Das vielgestaltige Leben unserer Zeit hat auch dem Jugendunterricht neue Aufgaben gestellt. Der Stoff hat sich erweitert und die Frage drängt sich auf, wie es zu vereinigen ist, der Jugend die Summe der fürs Leben notwendigen Kenntnisse und Fertigkeiten beizubringen, ohne doch die harmonische Ausbildung des Geistes zur vollen

Humanität preiszugeben."[1]) Das steigende Interesse zeigt sich ferner in der „Enquête sur la méthode de travail des mathématiciens" und in den „Réformes à accomplir dans l'enseignement des mathématiques". Beide durch die Zeitschrift „L'enseignement Mathématique" ins Leben gerufene Untersuchungen haben internationalen Charakter und sollen sowohl in psychologischer als auch in methodischer Richtung zur Förderung des mathematischen Unterrichts beitragen.

Diese erhöhte Aufmerksamkeit für didaktische Fragen mag auch daher rühren, dass sehr oft Klagen laut werden über die mangelhaften Lehrerfolge der Mittelschulen. Ebenso anerkennt man, dass die Kluft, welche zwischen dem Hochschulunterricht und demjenigen der andern Schulen besteht, möglichst verengert werden muss. Nicht genügende Selbständigkeit und Mängel im sichern Besitz des mathematischen Wissens werden als Hauptfehler getadelt.[2])

Der Zweck, den der mathematische Unterricht zu erfüllen hat, ist zu verschiedenen Zeiten ein verschiedener gewesen. Bald wird er nur in rein formaler und bald in rein materieller Richtung gesucht, dadurch sind die beiden extremen Ansichten gekennzeichnet. Dem Formalismus huldigt noch ganz Reidt.[3]) Er anerkennt die formale Verstandesbildung als hauptsächlichste und massgebendste Aufgabe des mathematischen Unterrichts. Als Reaktion gegen diesen einseitigen Standpunkt zeigt sich die Degradation der Mathematik zur Hilfswissenschaft der Naturwissenschaften. [4])

Die Neuzeit vermittelt zwischen den erwähnten Extremen und betont sowohl die formale als auch die reale Bedeutung der Mathematik. Unbeschadet der Logik und des systematischen Aufbaus, sollen die Anwendungen möglichst berücksichtigt werden. Die Folge davon ist, dass man die theoretischen Untersuchungen soviel wie immer nur möglich ist, kürzt und

[1]) Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker-Kongresses. S. 29.

[2]) H. Schotten: Jahrbuch der deutschen Mathematiker-Vereinigung. Bd. 7. S. 146.

[3]) Reidt: Anleitung zum mathem. Unterricht. S. 20 (1886).

[4]) Kern: Allgemeine Pädagogik. S. 84 (1893).

dafür den Anwendungen viel Platz einräumt. Ein mustergültiges Beispiel, wie praktische Anwendungen zu berücksichtigen sind, gibt uns Tannery.[1])

Gehen wir nun noch auf einige speziellere Fragen ein.

Die Stoffbegrenzung steht im Vordergrund.

Man verlangt grössere Berücksichtigung des philosophischen Elementes, gestützt auf die Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik; ferner Berücksichtigung der Geschichte der Mathematik und Reform des geometrischen Unterrichts im Sinne der neuern Geometrie. Die Algebra soll eine Erweiterung erfahren durch Einführung der Elemente der Differential- und Integralrechnung. Nach französischem Muster sollen früher, als es bis jetzt üblich war, die variabeln Grössen und die Funktionen behandelt werden. Klein in Göttingen ist ein Hauptvertreter dieser Ansicht. „Der Funktionsbegriff soll in geometrischer Fassung den übrigen Lehrstoff wie ein Ferment durchdringen.“[2]) An der Spitze der Gegenpartei steht G. Holzmüller.[3]) Nicht Erweiterung, sondern Vertiefung in den Stoff, verlangt er.

Über den Wert der einzelnen mathematischen Disziplinen divergieren die Meinungen ebenfalls. Vom rein wissenschaftlichen Standpunkt aus ist natürlich keiner eine bevorzugte Stellung einzuräumen, wohl aber vom pädagogischen. Einerseits teilen sich die Ansichten, wenn der grössere Wert der arithmetischen oder der geometrischen Betrachtungen festgestellt werden soll und andrerseits, wenn es sich um die Bevorzugung einer der beiden Disziplinen, Planimetrie oder Stereometrie, handelt. Die Stellung Schottens in der ersten Streitfrage sei doch hier erwähnt: „Unbestritten wird man vom pädagogischen Standpunkte der Geometrie den Vorzug geben müssen; denn neben den Vorteilen formaler Verstandesbildung, die sie gleicherweise mit der Arithmetik gemein hat,

[1]) Tannery: „Notions de Mathématique“. S. 181 ff. „Courbes empiriques“.

[2]) Klein: „Über eine zeitgemässe Umgestaltung des mathem. Unterrichtes an den höhern Schulen.“

[3]) Der Verfasser der „Elemente der Stereometrie.“ (4 Bände.)

zeichnet sie sich aus durch ihre Einwirkung auf das Anschauungsvermögen. [1]) Stellt man sich auf den utilitaristischen Standpunkt, so wird wohl der Stereometrie ein Vorzug eingeräumt werden müssen, denn sie soll die Raumanschauung fördern, deren scharfe Ausbildung ein weiteres Postulat der neuern Methodik ist. Immerhin gehen diejenigen zu weit, welche die Planimetrie nur so weit betrieben wissen wollen, als zur Beherrschung der Stereometrie nötig sei.

Hoffmann [2]) verlangt, dass die hohe Bedeutung der Gleichungen mehr betont werden muss und dass Algebra und Geometrie sich in grösserem Masse wechselseitig zu unterstützen haben.

Als Abschluss dieser allgemeinen Übersicht erwähne ich noch den Streit zwischen Systematikern und Methodikern. Beide stimmen darin überein, dass beim Aufbau der Systeme mit logischer Strenge vorgegangen werden muss; während aber die Systematiker lückenlose Systeme verlangen, treten die Methodiker ein für passende Auswahlen entsprechend den massgebenden methodischen Rücksichten.

Aus dem Vorhergehenden dürfte klar ersehen werden, dass es einstweilen unmöglich ist, einen allgemein gültigen Standpunkt anzugeben. Noch auffallender wird diese Tatsache, wenn wir auf zwei Reformbewegungen zu sprechen kommen, die zudem mit unserm eigentlichen Thema, den assoziativen Zusammenhängen in der Mathematik, in engster Beziehung stehen.

Bei den folgenden Untersuchungen stellen wir uns ausserhalb aller angegebenen Streitfragen. Wir nehmen an, es sei in den einzelnen Fächern eine grössere oder kleinere Summe von Kenntnissen gesammelt worden und stellen uns die Frage: Wie hat man die Tatsachen zu verknüpfen? Was für Assoziationen sind zu stiften, damit die logischen

---

[1]) Schotten: „Inhalt und Methode des planimetrischen Unterrichts.“ S. 6.

[2]) Hoffmann: „Die Wissenschaft im höheren Unterrichtswesen.“ Zeitschr. f. die östr. Gymnasien (1894).

Abhängigkeiten zur richtigen Geltung kommen? Wie kann die Verschmelzung der Fächer gefördert werden?

Bis jetzt sind zwei Versuche gemacht worden, die einen innigeren Zusammenhang zwischen Lehrfächern herstellen wollen. Es handelt sich um die Verschmelzung der Arithmetik mit dem Rechnen und um die Fusion der Planimetrie mit der Stereometrie.

Rechnen und Arithmetik.

Zwischen dem Buchstabenrechnen und dem Zahlenrechnen ist kein wesentlicher Unterschied. „Der eigentliche Kern des wissenschaftlichen arithmetischen Unterrichts ist... nur dieser: Die Begriffe, welche das Rechnen braucht, vom philosophisch erfassten und entwickelten Zahlbegriff aus von den Resten von Unklarheit zu befreien, welche ihnen noch von den frühern Stufen her anhaftet.“ [1]) Was im Rechenunterricht gemacht wird, wiederholt sich in allgemeinerer Form im Arithmetikunterricht; jener ist Propädentik von diesem. Es kann daher nur von Vorteil sein, wenn der Unterricht im Rechnen einem Lehrer übertragen wird, der später den Arithmetik- und Algebraunterricht erteilt.

Jede allgemeine arithmetische Regel fasst als Spezialfall eine Rechenregel. Führt man die sich in jedem Falle ergebenden Subsumtionen durch, so werden die Gedankenkreise der beiden Fächer in wertvollen assoziativen Zusammenhang gebracht. Die arithmetischen Sätze werden inhaltsreicher und die Rechenregeln gewinnen an Klarheit. Die Arithmetik absorbiert das Rechnen, wodurch das ökonomische Denken unterstützt wird. Vollprecht [2]) und Seyffahrt [3]) suchen, der erste durch eine vergleichende Zusammenstellung der in beiden Fächern geltenden Regeln, der zweite durch ein Lehrbuch, das wechselseitige Verhältnis von Rechnen und Arithmetik möglichst klar hervorzuheben. Beide Arbeiten bedeuten

---

[1]) Simon: „Rechnen und Mathematik“ in Baumeister Bd. IV S. 36.
[2]) Vollprecht: Das Rechnen eine Vorbereitung zur allg. Arithmetik.
[3]) Seyffahrt: „Allgemeine Arithmetik und Algebra“.

einen nicht zu unterschätzenden Fortschritt, der besonders darin zu suchen ist, dass die vergleichende Denktätigkeit in richtigem Masse Betonung findet. Vergleichendes Denken ist der erste Schritt, der die Selbsttätigkeit der Schüler anspornen kann. Die Gründe, warum in unsern Schulen zu vergleichenden Betrachtungen grössern Umfangs wenig oder keine Zeit verwendet wird, liegen einerseits in der quantitativen Überlastung der Lehrpläne und andrerseits in der ganz falschen Ansicht, dass durch sie Zeit verloren gehe. „Es ist notwendig, dass der Lehrer seine Arbeit zuweilen unter grossen Gesichtspunkten betrachte, damit er im Kleinen sich selbst und sein Streben nicht verliere.“ [1])

Die methodische Bedeutung der beiden Versuche liegt also darin, dass die wertvolle Assoziierung verwandter Tatsachen ihnen als Hauptprinzip zugrunde liegt. Zwei Beispiele mögen dies bekräftigen.

Multiplikation.[2])

„Eine mehrstellige Zahl wird mit einer mehrstelligen Zahl multipliziert, indem man den Multiplikanden mit der ersten Stelle des Multiplikators multipliziert und dieses erste Teilprodukt unter Berücksichtigung des Stellenwertes der ersten Multiplikatorstelle untersetzt, dann multipliziert man den Multiplikanden mit der zweiten Stelle des Multiplikators und setzt das Teilprodukt wieder unter Berück-

„Eine mehrgliedrige Grösse (Aggregat) wird mit einer mehrgliedrigen Grösse multipliziert, indem man den Multiplikanden mit dem ersten Multiplikatorgliede multipliziert und das Teilprodukt hinschreibt, dann multipliziert man den Multiplikanden mit dem zweiten Multiplikatorgliede u. s. w. und addiert die Teilprodukte; kürzer: indem man jedes Glied der einen Grösse mit jedem Glied der andern Grösse unter Be-

[1]) Messmer: Grundlinien zur Lehre von den Unterrichtsmethoden. S. 133.

[2]) Vollprecht: S. 29.

sichtigung des Stellenwertes der zweiten Multiplikatorstelle unter u. s. w., alle Teilprodukte werden addiert und das Dezimalkomma kommt dorthin, wo es im Multiplikanden steht. "

rücksichtigung der Vorzeichen multipliziert und die Teilprodukte addiert."

$$436{,}57 \cdot 839{,}54 \qquad (4a - 3b + 6x)\ (3a + 2b - 5x)$$

Es lässt sich darüber streiten, ob es zweckmässig ist, alles in Regeln zu fassen, doch darüber habe ich mich nicht weiter auszusprechen, denn die Hauptsache und das Wertvolle ist die Idee vergleichend zusammenzustellen was ähnlich ist.

Lehrsatz:[1]) Ein Produkt wird mit einer Zahl multipliziert, indem man einen Faktor mit der Zahl multipliziert und das entstandene Produkt mit dem andern Faktor.

Formel: $(ab) \cdot c = (ac) \cdot b = (bc) \cdot a$.

Beweis:

$$(ab) \cdot c = \underbrace{(a + a + \cdots + a)}_{b\text{ mal}} \cdot c = \underbrace{ac + ac + \cdots + ac}_{b)} =$$

$(ac) \cdot b$, w. z. b. w.

Ferner ist: $(ab)\,c = \underbrace{(b + b + b + \cdots + b)}_{a\text{ mal}} \cdot c = bc + bc + bc + \cdots + bc = (bc) \cdot a$, w. z. b. w.

Beispiele: $80 \cdot 7 = (8 \cdot 10) \cdot 7 = (8 \cdot 7) \cdot 10 = 56 \cdot 10 = 560$

$400 \cdot 10 = (4 \cdot 100) \cdot 10 = (100 \cdot 10) \cdot 4 = 1000 \cdot 4 = 4000.$

Planimetrie und Stereometrie.

Die Gebiete der Geometrie sind das eigentliche Kampffeld der Methodiker. Allgemein hat man sich zu der Ansicht durchgerungen, dass die Euklidische Geometrie im Sinne der neuern reformiert werden müsse. Das Euklidische Prinzip für die Anordnung des Systems, dass jeder Satz erst bewiesen werde, wenn seine Prämissen es schon sind, werden auch die neuen Bearbeitungen der Geometrie nicht verletzen dürfen; aber diese erstreben ein System, bei dem Verwandtes in den

[1]) Seyffahrt: Allgemeine Arithmetik und Algebra.

innigsten Zusammenhang zu stehen kommt. Die logische Strenge Euklids bleibt für immer mustergültig; doch will man die Starrheit des Systems und die unnatürliche Auseinanderreissung von Ähnlichem vermeiden. Man wählt zu diesem Zwecke andere Einteilungsprinzipien für die Geometrie. Zum Beispiel die verschiedenen Bewegungsarten (Umdrehung, Umwendung, Verschiebung und Drehung) wie bei Henrici und Treutlein. [1])

Der Unterschied zwischen antiker und moderner Geometrie besteht darin, dass jene „die Figuren im Sein, diese sie im Werden betrachtet."

Alle neuern Bearbeitungen behalten immer noch die scharfe Trennung von Planimetrie und Stereometrie bei. Ist diese getrennte Behandlung der beiden Disziplinen etwas Selbstverständliches? Würde ihre Verschmelzung nicht grosse didaktische Vorteile bieten? Es berührt einen wirklich sonderbar, dass diese naheliegenden Fragen erst in der neuesten Zeit zur Sprache kommen. In Deutschland hat die Frage der Fusion der Planimetrie und Stereometrie sozusagen noch gar keine Rolle gespielt; man fängt erst an, sie näher zu prüfen, nachdem Loria am Mathematiker-Kongress die allgemeine Aufmerksamkeit darauf lenkte. In Italien beginnt die Fusionsbewegung im Jahre 1884. Angeregt durch die Regierung macht de Paolis einen ersten Versuch in dieser Richtung. Gegenwärtig wird von den Fusionisten und Separationisten das Für und das Wider erwogen.

Am weitesten fortgeschritten ist die Fusionsfrage in Frankreich. Méray beginnt 1874 seine theoretischen und praktischen Versuche, ohne Anklang zu finden. Vor vier Jahren fing man an, neues Interesse zu zeigen. Die „Nouveaux Eléments de Géométrie" von Méray erscheinen in einer neuen Auflage. Gegenwärtig brauchen eine grössere Anzahl französischer Schulen [2]) diese neuen Elemente, und es sollen

---

[1]) Loria: Sur l'enseignement des mathématiques. Verhandlungen des Mathematiker-Kongresses in Heidelberg. S. 594 ff.

[2]) Méray: Nouveaux Eléments de Géométrie. Préface S. V.

die Lehrerfolge geradezu glänzend sein. [1]) M. C. Bourlet [2]) ist soeben daran, nach der Méray'schen Methode ein neues Lehrbuch der Geometrie zu schreiben. Die Studienpläne der Lyzeen verlangen die Annäherung der Stereometrie und Planimetrie.

Vom Standpunkt der pädagogischen Psychologie aus kann gegen die Verschmelzung keine Einwendung gemacht werden, denn durch diese kommen die Gedankenkomplexe in wertvollen assoziativen Zusammenhang. Vom mathematischen Standpunkt aus ist die Fusion berechtigt, wenn es möglich ist, Planimetrie und Stereometrie in ein einheitliches System zu bringen, das an logischer Strenge nichts zu wünschen übrig lässt. Für die Beurteilung der Angelegenheit in praktischer Hinsicht müssen die Unterrichtsergebnisse massgebend sein. Diejenige Darbietung des Stoffes ist zu bevorzugen, weche grösseres Interesse zu wecken imstande ist und in qualitativer Beziehung wertvollere Ergebnisse schafft.

Gehen wir auf die Méray'schen Darlegungen näher ein.

Méray will, dass man Planimetrie und Stereometrie ungetrennt, also gemischt lehre, und daraus folgt die Möglichkeit einer allgemeinen Behandlung der geometrischen Probleme.

1. Verschmelzung von Planimetrie und Stereometrie.

2. Möglichst allgemeine Behandlung der geometrischen Probleme sind die zwei Méray'schen Postulate. „J'ai rompu soigneusement les adhérences contre nature entre les diverses théories, et partout j'ai subordonné l'accessoire au principal. [3])

Für uns ist es vorläufig ganz gleichgültig, in welcher Art und Weise Méray im einzelnen die logischen Zusammenhänge der beiden Disziplinen herstellt. Der Möglichkeiten gibt es viele. Mérays Bedeutung besteht darin, dass er als erster es wagt, entgegen aller Tradition einen total neuen Weg einzuschlagen.

Einige Beispiele aus Mérays neuen Elementen der Geometrie sollen zur Charakterisierung seiner Methode hier folgen.

---

[1]) Laisant: „Une Exhumation géométrique."
[2]) „L'enseignement mathématique". Jahrg. VII. S. 488.
[3]) Méray N. E. Préface. S. VI.

Méray behandelt die Winkel zwischen Geraden und schliesst direkt die Raumwinkel an. Die Untersuchung der letztern gestaltet sich bedeutend einfacher, indem auf die Analogien mit früher Behandeltem hingewiesen wird. Zum Beispiel „il suffit de remplacer les demi-droites et leurs origines par des demi-plans et leurs arêtes, les demi-plans par des demi-espaces, le plan servant de théâtre à la comparaison des angles rectilignes par l'espace indéfini, pour acquérir immédiatement les notions concernant l'intérieur et l'extérieur d'un dièdre saillant ou rentrant, ou nul, ou replet, ou neutre, concernant ensuite l'adjacence extérieure ou intérieure des dièdres, l'addition et la soustraction (géométriques) de ces nouvelles grandeurs et leur mesure, concernant encore les dièdres supplémentaires (et replémentaires), les dièdres dirigés, opposés par une face ou à l'arête, les angles de deux plans concourants, l'homotaxie, ou l'antitaxie de deux dièdres ayant des arêtes dirigées parallèles, etc., etc. [1])

In einem zusammenhängenden Kapitel werden die Abstände behandelt; die Reihenfolge ergibt sich durch Kombination der in Betracht kommenden Raumgrössen: Punkt, Gerade und Ebene. Es folgen aufeinander: Abstand zweier Punkte, Abstand eines Punktes von einer Geraden, Abstand eines Punktes von einer Ebene, Abstand von zwei parallelen Geraden, Abstand von zwei parallelen Ebenen, Abstand von zwei sich kreuzenden Geraden. [2]) Die möglichst allgemeine Behandlung der geometrischen Probleme mit darauffolgenden Spezialfällen erachtet Méray als das einzige Mittel, um einen Zusammenhang herzustellen und die gefährliche Isolierung einzelner Probleme aufzuheben. Ein Beispiel möge dies uns wieder zeigen.

Der geometrische Ort aller Punkte M, für welche die Differenz der Quadrate der Abstände von zwei festen Punkten P und Q konstant ist, ist eine zur Verbindungsgeraden der Punkte senkrechte Ebene.

---

[1]) Méray: N. E. S. 77.
[2]) S. 110 ff.

Folgerungen:

Der geometrische Ort solcher Punkte, welche zugleich auf einer gegebenen Fläche liegen, ist die Schnittlinie der erwähnten Ebene mit dieser Fläche.

Ist die Fläche eine Ebene, so lautet der Satz:

Der geometrische Ort aller Punkte einer Ebene, für welche die Differenz der Quadrate der Abstände von zwei festen Punkten konstant ist, ist eine zur Verbindungsgeraden der Punkte lotrechte Gerade.

Ist die in Betracht kommende Differenz null, d. h. sind die Abstände der gesuchten Punkte von den gegebenen Punkten gleich lang, so ergeben sich folgende Spezialfälle:

Der geometrische Ort aller Punkte, welche von zwei gegebenen Punkten gleiche Entfernung haben, ist die zur Verbindungsstrecke der Punkte in der Mitte senkrechte Ebene.

In einer Ebene ist dieser geometrische Ort die Mittelsenkrechte der Verbindungsstrecke der beiden Punkte.

Durch eine solche Behandlung der Probleme wird ohne Zweifel Zeit erspart, wie auch die praktischen Versuche in Frankreich deutlich beweisen. Die Dauer des Geometrieunterrichts soll um 42 % verkürzt worden sein. Diese numerische Angabe der Zeitersparnis ist selbstverständlich ohne Wert, sie soll uns auch nicht mehr sagen, als dass eben eine deutliche Zeitersparnis konstatiert wurde.

Ein weiterer Vorteil der Méray'schen Methode ist, dass die Schüler von Anfang an mit den dreidimensionalen Gebilden operieren müssen und nicht mehrere Jahre nur mit Untersuchungen in der Ebene überschüttet werden.

Die Fusion der Planimetrie mit der Stereometrie ist in jeder Richtung empfehlenswert. Das Méraysche Buch ist grundlegend für alle weitern Bearbeitungen der beiden Disziplinen.

Was die Verschmelzung anderer mathematischer Disziplinen anbelangt, so steht vom wissenschaftlichen Standpunkt aus ihr nichts hindernd im Wege. Immerhin ist die Fusionsfrage in diesen Fällen nicht so nahe liegend wie in den zwei behandelten. Was man aber verlangt, ist die Herausarbeitung

der Beziehungen der verschiedenen Fächer. „Cependant il serait bon et utile d'examiner dès maintenant des questions telles que les rapports, au point de vue de l'enseignement, entre la Trigonométrie plane et la Géometrie plane ; entre le Calcul intégral et le Calcul différentiel; entre la Trigonométrie sphérique et la Géometrie dans l'espace, et de sujets semblables."[1])

Sehen wir ab von der Verschmelzung einzelner oder aller Disziplinen, so bleibt uns immerhin die notwendige Aufgabe, durch vergleichendes Denken die Fächer in möglichst innigen Zusammenhang zu bringen. Analogien müssen betont werden. Die Ähnlichkeit der Polygone und diejenige der Polyeder sollen verglichen werden; ebenso die sieben Fundamentaloperationen, wodurch allein Einsicht in das Wesen des Zahlbegriffs erlangt wird. Die Bestimmung der Lage eines Punktes kann benützt werden zur Vergleichung der verschiedenen Koordinatensysteme, wie das bei Tannery in interessanter Ausführung zu finden ist.[2])

Diese Forderungen finden trotz ihrer Berechtigung nicht genügende Berücksichtigung. In den preussischen Lehrplänen von 1901 wird zum erstenmal verlangt, dass in der obersten Klasse „eine zusammenfassende Rückschau auf den erledigten Stoff anzustreben sei."[3]) In Österreich ist „in den obern Klassen nach und nach auch die kombinatorische Tätigkeit der Schüler in Anspruch zu nehmen "[4]) Reidt empfiehlt die Betonung der sich ergebenden Analogien.[5]) Für Münch[6]) ist die Urteilspflege eine Hauptaufgabe des Unterrichts und im besondern diejenige Art der Urteile, durch welche die Überblickung grösserer Zusammenhänge ermöglicht wird. Die Einführung besonderer Stunden für allgemeine Repe-

---

[1]) „L'enseignement mathématique". Jahrg. 1905. S. 469.

[2]) Tannery: Notions de mathématiques. Chap. IV. S. 155.

[3]) Lehrpläne und Lehraufgaben f. die höhern Schulen Preussens. S. 59.

[4]) „Lehrpläne und Instruktionen für den Unterricht an den Gymnasien in Österreich". S. 209.

[5]) Reidt: Anleitung zum math. Unterricht. S. 247.

[6]) Münch: „Die Erziehung zum Urteil". Monatsschrift für höhere Schulen. Jahrg. 1902.

titionen, bei welchen neue Gesichtspunkte zur Bearbeitung des schon behandelten Stoffes herangezogen werden, muss als eine Notwendigkeit erachtet werden. In diesem Sinne äussert sich auch Laisant[1]): „Il serait indispensable d'introduire surtout dans l'enseignement oral deux coutumes qui semblent exiger du temps, mais qui plutôt en font gagner. Une seule est en vigueur, et encore dans une mesure un peu exceptionnelle. Je veux parler de leçons d'introduction et de revision. Ces dernières seules sont appliquées, sous une forme ou sous une autre, dans quelques classes. Comme le nom l'indique, ces leçons devraient avoir pour but, une fois le cours terminé, ou mieux peut-être après chaque branche importante étudiée, de rappeler à grands traits le chemin parcouru, de montrer d'où l'on est parti, où l'on est arrivé, quelles sont les applications principales et les propositions les plus essentielles par lesquelles on est passé, laissant les autres dans une ombre relative".

In gleicher Weise spricht sich Fehr[2]) aus: „Pour que les leçons de revision soient d'une utilité réelle, il faut qu'elles apportent des considérations nouvelles, il faut qu'elles présentent le caractère d'une leçon générale. On attirera l'attention des élèves sur les formes, souvent très diverses en apparence, sous lesquelles une même propriété a été utilisée; on fera ressortir les liens qui existent entre les divers chapitres ainsi que les points de contact qui rattachent la théorie étudiée à d'autres branches de la science".

Meine Ausführungen zeigen deutlich, dass Theorie und Praxis noch nicht im richtigen Einklang stehen. Durch die Theorie sind die einzuschlagenden neuen Bahnen klar vorgezeichnet, den Praktikern ist es überlassen, dieselben auszubauen.

Zusammenfassung.

Die Neuzeit bringt den didaktischen Fragen ein gesteigertes Interesse entgegen. Diese beziehen sich auf die ver-

[1]) Laisant: „La Mathématique-Philosophie-Enseignement". S. 192.
[2]) L'enseignement mathématique. III. année. Nr. 5.

mehrte Berücksichtigung der Fortschritte der Wissenschaften, die Erweiterung der Lehrstoffe durch historische Erörterungen, das wechselseitige Verhältnis der einzelnen mathematischen Disziplinen.

Der Zweck des mathematischen Unterrichts ist sowohl ein formaler als ein materieller. Der Aufbau der Systeme soll streng logisch sein und möglichst gekürzt werden, so dass für die Anwendungen ein weiter Spielraum offen bleibt.

Die einzelnen mathematischen Disziplinen werden gegenwärtig zu isoliert gelehrt. Einen richtigen Einblick in das Wesen der Mathematik und einen Überblick, der das ganze Gebiet umfasst, bekommen die Schüler aber erst, wenn die logischen Abhängigkeiten scharf betont werden.

Die ersten Versuche, die wertvollen Zusammenhänge aufzudecken, zeigen sich einerseits in der Verschmelzung der Arithmetik mit dem Rechnen, und anderseits der Stereometrie mit der Planimetrie. Während die Verschmelzung der Arithmetik mit dem Rechnen leicht durchführbar ist, verlangt aber die Fusion der Planimetrie und der Stereometrie tiefschneidende Änderungen in unserer Lehrpraxis.

Die Fusion obiger Fächer ist in jeder Beziehung empfehlenswert.

Die Vorzüge der Méray'schen „Neuen Elemente der Geometrie" sind die Assoziierung des Verwandten in möglichst ausgedehntem Masse und die allgemeinere Behandlung der Probleme.

Auch ohne die Fusion einzelner Fächer kann der Isolierung der Unterrichtsergebnisse erfolgreich entgegengearbeitet werden durch die Einführung „allgemeiner Stunden", in welchen die behandelten Stoffe von den verschiedenen Gesichtspunkten aus in ihren logischen Abhängigkeiten beleuchtet werden.

Das vergleichende Denken muss stärker gepflegt werden, als es bis anhin üblich ist.

Ich lasse nun zwei Beispiele folgen, welche uns zeigen sollen, in welcher Weise an den Mittelschulen vergleichende Betrachtungen anzustellen sind, und wie zwischen einzelnen

mathematischen Disziplinen Verbindungsbrücken geschlagen werden können.

Die Rechenoperationen.

Rechnen heisst aus gegebenen Zahlen durch vorgeschriebene Operationen neue Zahlen ableiten. Solcher Operationen gibt es sieben: Addition — Subtraktion — Multiplikation — Division — Potenzierung — Radizierung und Logarithmierung. Sie werden eingeteilt in Operationen

1. Stufe: Addition und Subtraktion,
2. „ Multiplikation und Division,
3. „ Potenzierung, Radizierung, und Logarithmierung,

oder in

Direkte Operationen: Addition, Multiplikation und Potenzierung;

Indirekte Operationen: Subtraktion, Division, Radizierung und Logarithmierung.

Die direkten Operationen lassen sich auf die Addition und die inversen auf die Subtraktion zurückführen, sodass Addition und Substraktion die beiden Grundrechnungsarten sind.

Die Ergebnisse der sieben Operationen heissen: Summe, Differenz, Produkt, Quotient, Potenz, Wurzel und Logarithmus.

Verstehen wir vorläufig unter a, b und c drei der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 . . .

Die direkten Operationen zwischen natürlichen Zahlen führen wieder zu natürlichen Zahlen. Die inversen Operationen sind mit natürlichen Zahlen allein nicht unbeschränkt ausführbar, sodass Erweiterungen des Zahlbegriffes vorgenommen werden müssen.

Die zwei ersten direkten Operationen genügen sowohl dem kommutativen als auch dem assoziativen Gesetz.

Kommutatives Gesetz: $a + b = b + a$
$a \cdot b = b \cdot a$

Assoziatives Gesetz: $a + (b + c) = a + b + c$
$a \cdot (b\,c) = a \cdot b \cdot c$

Nimmt man nun die Summe oder das Produkt oder die Potenz als gegeben an; dagegen einen Summanden oder einen Faktor oder die Basis oder den Exponenten der Potenz als gesucht, so führt die Bestimmung dieser Grössen zu den inversen Operationen. Diejenigen direkten Operationen, welche dem kommutativen Gesetz gehorchen, haben nur eine Umkehrung (also Addition und Multiplikation), die andern zwei (die Potenzierung).

Direkte Operation.	Umkehrung.
Addition: $a + b = c$	Subtraktion: $a = c - b$ oder $b = c - a$
Multiplikation: $a \cdot b = c$	Division: $a = \frac{c}{b}$ oder $b = \frac{c}{a}$
Potenzierung: $a^{b} = c$	Radizierung: $a = \sqrt[b]{c}$
	Logarithmierung: $b = \log_{a} c$

Entgegengesetzte Operationen heben sich gegenseitig auf.

$a + b - b = a$ oder $a - b + b = a$

$\frac{a \cdot b}{b} = a$ „ $\frac{a}{b} \cdot b = a$

$\sqrt[b]{a^{b}} = a$ „ $\left(\sqrt[b]{a}\right)^{b} = a$

$b^{\log_{b} a} = a$ „ $\log_{b} b^{a} = a$

Die inversen Operationen sind unausführbar, d. h. sie führen zu keinen natürlichen Zahlen, wenn bei der

Subtraktion der Subtrahend grösser oder gleich dem Minuend ist, bei der

Division der Dividend kein Vielfaches des Divisors ist, bei der

Radizierung der Radikand nicht die b. Potenz einer natürlichen Zahl ist, bei der

Logarithmierung der Logarithmand keine Potenz der Basis ist.

Um die Operation auch in diesen Fällen ausführbar zu machen, führt man neue Zahlarten ein und zwar bei der Subtraktion die Null und die negativen Zahlen, bei der Division die gebrochenen Zahlen, bei der Radizierung und Logarithmierung die irrationalen, imaginären und komplexen Zahlen.

Nach Einführung der negativen Zahlen ist bei einer Zahl zwischen ihrem absoluten Wert (ohne Rücksicht auf das Vorzeichen) und ihrem relativen Wert (mit Rücksicht auf das Vorzeichen) zu unterscheiden. Die Gesamtheit der positiven und negativen ganzen oder gebrochenen Zahlen bilden die rationalen Zahlen, gegenüber den irrationalen.

Die Gesamtheit der rationalen und irrationalen positiven oder negativen Zahlen nennt man reelle Zahlen gegenüber den rein imaginären und komplexen Zahlen.

Die allgemeinsten Zahlen sind die komplexen von der Form $a + b\sqrt{-1}$ oder $a + b\,i$. Sie enthalten die reellen und rein imaginären Zahlen als Spezialfälle.

Für reelle Zahlen ist $b = 0$. Für rein imaginäre Zahlen ist $a = 0$.

Die neuen Zahlarten werden durch Definitionsgleichungen so eingeführt, dass sie denselben Gesetzen gehorchen wie die natürlichen Zahlen; darin besteht das Prinzip der Permanenz der Gesetze.

Eine Zahl kann demnach sein:

positiv	oder	negativ,
ganz	„	gebrochen,
rational	„	irrational,
reell	„	komplex (imaginär).

Nun ist der Zahlbegriff in seinem ganzen Umfange festgestellt. Unterwirft man nun gegebene Zahlen den Rechenoperationen, so entstehen Ausdrücke und zwar Monome, wenn man zwei oder mehr Zahlen durch Operationen der zweiten und dritten Stufe verknüpft, dagegen Polynome, wenn auch die Operationen erster Stufe auftreten.

Diese zusammengesetzten Grössen (Monome und Polynome) können ihrerseits wieder durch die Operationen verknüpft werden.

Ein Monom wird

1. addiert oder subtrahiert, indem man es als Ganzes addiert oder subtrahiert;

2. mit einer Zahl multipliziert oder dividiert, indem man nur einen Faktor mit dieser Zahl multipliziert oder dividiert;

3. mit einer Zahl potenziert, radiziert oder zu einer gegebenen Basis logarithmiert, indem man die einzelnen Faktoren potenziert, radiziert oder logarithmiert.

Ein Polynom wird

1. addiert oder subtrahiert, indem man jedes Glied addiert oder subtrahiert;

2. mit einer Zahl multipliziert oder dividiert, indem man jedes Glied mit dieser Zahl multipliziert oder dividiert;

3. es sei hier betont, dass man ein Polynom nicht mit einer Zahl potenziert, radiziert oder zu einer gegebenen Basis logarithmiert, indem man die einzelnen Glieder potenziert, radiziert oder logarithmiert.

Addition, Subtraktion, Multiplikation und Potenzierung sind eindeutige Funktionen, die andern vieldeutige.

Die Division ist vieldeutig, wenn der Divisor Null ist.

Jede n^{te} Wurzel hat n Werte

$$(\sqrt[n]{a + bi} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\varphi\frac{+2k\cdot\pi}{n} + i\sin\varphi\frac{+2k\cdot\pi}{n}\right)$$

$$k = 0,\ 1,\ 2,\ 3, \cdots n-1.$$

Positive Zahlen haben nur einen reellen, aber unendlich viele komplexe Logarithmen. Negative Zahlen haben nur komplexe Logarithmen.

$$\log(a + bi) = \log\left[r\left(\cos(\varphi + 2k\cdot\pi) + i\sin(\varphi + 2k\cdot\pi)\right)\right]$$

$$= \log\left(r\cdot e^{i(\varphi + 2k\cdot\pi)}\right) = \log r + i(\varphi + 2k\cdot\pi)$$

$$(k = 0;\ \pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3; \cdots)$$

In den neuen preussischen Lehrplänen des Jahres 1901 wird diese zusammenfassende Übersicht, wenigstens was die Entwicklung des Zahlbegriffs anbelangt, zum erstenmal verlangt. Sie ist daher in den neuesten Lehrbüchern der Algebra, die nach 1901 erschienen, in analoger Art zu finden. Eine ähnliche Behandlung des Stoffes findet sich in der Zeitschrift „L'enseignement mathématique" Bd. IV, Jahrgang 1902. Der Verfasser des Artikels ist Prof. Fehr in Genf.

Algebra und Geometrie.

Häufig tritt der Fall ein, dass algebraische Probleme geometrisch ausgelegt werden müssen oder umgekehrt geometrische Probleme in algebraische Form zu kleiden sind. Ich will nun hier die wichtigsten Beziehungen, welche zwischen Algebra und Geometrie bestehen, zusammenstellen, um dadurch einen weitern Beitrag zu leisten zur Stiftung grösserer Vorstellungszusammenhänge in den beiden Disziplinen.

In der Algebra befasst man sich mit der Auflösung der Gleichungen, welche durch Gleichsetzung algebraischer Ausdrücke entstehen. Die Ausdrücke selber ergeben sich durch Verknüpfung der Zahlen durch die Rechenoperationen.

Entsprechend dem Aufbau des algebraischen Unterrichts, der mit den Zahlen beginnend zu den Ausdrücken und Gleichungen fortschreitet, haben wir uns mit folgenden Fragen zu beschäftigen:

1. Wie werden Zahlen geometrisch dargestellt?
2. wie werden algebraische Ausdrücke geometrisch konstruiert?
3. Wie werden Gleichungen geometrisch interpretiert?

Die geometrische Darstellung der Zahlen.

Die reellen Zahlen kann man durch Punkte (repräsentierende Punkte) oder Strecken einer geraden Linie geometrisch darstellen und die imaginären und komplexen Zahlen durch Punkte oder Strecken in einer Ebene.

a) Die reellen Zahlen.

Wählt man eine Strecke als Längeneinheit, so entspricht jeder positiven Zahl eine bestimmte Länge und umgekehrt jeder Länge eine bestimmte positive Zahl.

Nimmt man jetzt eine Gerade, wählt auf derselben einen Anfangspunkt (Nullpunkt) und setzt eine positive und eine negative Richtung fest, so entspricht jeder reellen Zahl eine Strecke oder ein Punkt dieser Geraden. Den positiven Zahlen entsprechen repräsentierende Punkte und Strecken auf der positiven Halbgeraden, den negativen Zahlen solche auf der negativen.

Zwei Zahlen bilden ein Zahlenpaar. Fasst man sie auf als Cartesische Koordinaten (Abscisse und Ordinate), so entspricht jedem Zahlenpaar ein bestimmter Punkt der Ebene, nämlich derjenige dessen Koordinate die gegebenen Zahlen sind. Umgekehrt entspricht jedem Punkt der Ebene ein bestimmtes Zahlenpaar, nämlich seine Koordinaten.

Drei Zahlen bilden zusammen ein Zahlentripel. Führt man Raumkoordinaten ein, so entspricht jedem Zahlentripel ein Punkt, dessen Koordinaten die drei Zahlen sind, und umgekehrt jedem Punkt des Raumes ein Zahlentripel, nämlich seine Koordinaten.

Mehr als drei zusammengehörige Zahlen können nicht mehr als Koordinaten aufgefasst werden, welche zur Bestimmung der Lage eines Punktes dienen.

b) Die imaginären und komplexen Zahlen.

Um diese Zahlen geometrisch darzustellen, wählt man ein ebenes rechtwinkliges Koordinatensystem. Bezeichnet man mit $+1$ eine Strecke von der Länge 1 in der Richtung der positiven X-Achse und mit $+i$ eine Strecke von gleicher Länge in der Richtung der positiven Y-Achse, so folgt:

Jede komplexe Zahl $a+bi$ wird dargestellt durch eine Strecke (repräsentierende Strecke), welche den Anfangspunkt des Koordinatensystems mit dem Punkte, dessen Koordinaten a und b sind, verbindet.

Dieser Punkt mit der Abscisse a und der Ordinate b heisst der repräsentierende Punkt der komplexen Zahl $a + bi$.

Den imaginären Zahlen von der Form bi entsprechen Punkte oder Strecken der X-Achse und den reellen Zahlen solche auf der X-Achse.

Die geometrische Konstruktion algebraischer Ausdrücke.

Man nennt einen algebraischen Ausdruck geometrisch konstruierbar, wenn derselbe mit Hilfe des Lineals und des Zirkels allein gefunden werden kann.

Geometrisch konstruierbar sind nur Ausdrücke von der ersten, zweiten oder dritten Dimension, wenn zugleich keine höhern als Quadratwurzeln vorkommen.

Eindimensionalen Ausdrücken entsprechen Strecken.
Zweidimensionalen „ „ Flächen.
Dreidimensionalen „ „ Körper.

Damit Polynome konstruierbar sind, müssen sie auch noch homogen sein, d, h. alle Glieder müssen die gleiche Dimension haben, Alle geometrisch konstruierbaren algebraischen Ausdrücke (Monome und Polynome) lassen sich zurückführen auf die Konstruktion folgender Fundamentalausdrücke.

$x = a \pm b$ Summe oder Differenz zweier Strecken

$x = \frac{a \cdot b}{c}$ Vierte geometrische Proportionale

$x = \sqrt{a \cdot b}$ Geometrisches Mittel

$x = \sqrt{a^2 + b^2}$ Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks

$x = \sqrt{a^2 - b^2}$ Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks.

Die Algebra findet nun Anwendung zur Lösung von bestimmten planimetrischen und stereometrischen Aufgaben.

Kennt man die Beziehungen zwischen den vorkommenden Grössen, so übersetzt man dieselben zuerst in die algebraische Zeichensprache. Hierauf bestimmt man die Unbekannten durch algebraische Entwicklungen und stellt zuletzt die gefundenen Ausdrücke geometrisch dar.

Geometrische Interpretation der Gleichungen.

Descartes führte den Koordinatenbegriff in die Mathematik ein und wurde dadurch der Begründer der analytischen Geometrie, welche alle geometrischen Probleme in systematischer Weise auf numerische zurückführt.

Betrachtet man die Koordinaten x, y der Punkte einer Linie, so entsprechen jedem angenommenen Werte von x ein oder mehrere Werte von y in der Weise, dass der Wert von y von dem Werte von x abhängt. Man nennt alsdann y eine Funktion von x. Die veränderliche Grösse x, deren Werte man beliebig annimmt, heisst unabhängige Veränderliche, die andere Veränderliche y dagegen die abhängige.

Umgekehrt entsprechen einem angenommenen Werte von y ein oder mehrere Werte von x, sodass auch x als Funktion von y erscheint.

Oft kann man die Abhängigkeit einer Funktion von der unabhängigen Veränderlichen durch eine Gleichung, z. B.

$$y = f(x) \text{ oder } F(x, y) = 0$$

ausdrücken. Diese Gleichung wird nur befriedigt durch die Koordinaten der Punkte der Linie und heisst darum Gleichung der Linie. Ist umgekehrt eine Gleichung zwischen zwei Veränderlichen gegeben, so entspricht dieser als geometrisches Bild eine Linie, deren Eigenschaften mit Hilfe der Gleichung bestimmt werden können.

Zwei Gleichungen zwischen zwei Veränderlichen entsprechen zwei Linien und den Lösungen der Gleichungen die Schnittpunkte der beiden Linien.

Wir wollen die Ebene verlassen und die entsprechenden Verhältnisse im Raum betrachten.

Ist eine Fläche gegeben, so ist jeder Punkt derselben durch seine Koordinaten x, y, z bestimmt. Hier kann man zwei Koordinaten, z. B. x und y als unabhängige Veränderliche betrachten und die dritte, z, ist eine Funktion derselben. Gelingt es, die Abhängigkeit der Funktion von den zwei unabhängig Veränderlichen durch eine Gleichung

$$z = f(x, y) \text{ oder } F(x, y, z) = 0$$

auszudrücken, so heisst diese „Gleichung der Fläche", da sie nur durch die Koordinaten der Punkte der Fläche befriedigt wird.

Ist umgekehrt eine Gleichung zwischen drei Variabeln x y z gegeben, so entspricht ihr als geometrisches Bild eine Fläche, deren Eigenschaften mit Hilfe der Gleichung bestimmt werden können.

Zwei Gleichungen zwischen drei Variabeln stellen eine Kurve im Raume dar, als Schnittlinie der beiden durch die Gleichungen gegebenen Flächen.

Ein System von drei solchen Gleichungen entspricht einer gewissen Anzahl von Punkten im Raume, deren Koordinaten die gegebenen Gleichungen befriedigen.

Die Konstruktion algebraischer Ausdrücke findet in der analytischen Geometrie ausgedehnte Anwendung, insofern die durch die Rechnung gefundenen Ausdrücke geometrisch dargestellt werden können.

Vita.

Ich, Otto Mautz, wurde am 12. Juli 1878 in Basel geboren. Nach Absolvierung der Realschule bezog ich im Herbst 1896 die Universität, um mich dem Studium der Mathematik zu widmen. Im Jahre 1899 bestand ich das Lehrerexamen für die mittlere Schulstufe in folgenden Fächern: Mathematik, Physik, Chemie und Pädagogik. Bald nach der Prüfung trat ich meine erste Lehrstelle an in Trogen, und hatte an der Kantonsschule und im Institut hauptsächlich mathemathischen Unterricht zu erteilen. In gleicher Stellung war ich nachher im Institut Concordia in Zürich tätig, bis zu meiner Wahl ans Basler Gymnasium im Frühjahr 1904.

Durch meine praktischen Erfahrungen wurde mir der Stoff zu meiner Dissertation nahegelegt. Ich besuchte wieder die Universität und widmete mich ganz dem Studium der Philosophie.

Gerne benütze ich an dieser Stelle die Gelegenheit, meinen verehrten Lehrern, den Herren Prof. Dr. Kinkelin, Prof. Dr. Joël, Prof. Dr. Heman, Prof. Dr. VonderMühll, Prof. Dr. Hagenbach-Bischoff, Prof. Dr. Piccard, Prof. Dr. Fichter, Prof. Dr. Veillon, Prof Dr. Riggenbach, den Privat-Dozenten Dr. Hurwitz und Dr. Flatt meinen Dank auszusprechen für das mir entgegengebrachte Wohlwollen.